

密级_____



中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

博士学位论文

大亚湾反应堆中微子能谱的研究

作者姓名: 赵庆旺

指导教师: 曹俊 研究员 中国科学院高能物理研究所

学位类别: 理学博士

学科专业: 粒子物理与原子核物理

培养单位: 中国科学院高能物理研究所

2015 年 4 月

Anti-neutrino Spectrum Study at Daya Bay

By

Zhao Qingwang

A Dissertation Submitted to

Graduate University of Chinese Academy of Sciences

In partial fulfillment of the requirement

For the degree of

Doctor of Philosophy

Institute of High Energy Physics

April, 2015

© 2015
Zhao Qingwang
All Rights Reserved

研究生学位论文声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下独立进行研究工作所取得的成果，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

签名：_____日期：_____

关于学位论文使用授权的说明

本人完全了解中国科学院高能物理研究所“关于中国科学院高能物理所研究生论文及研究成果使用权的规定”（2001）高发研生字第315号文件，即：高能物理研究所拥有在著作权法规定范围内学位论文的使用权，其中包括：（1）已获学位的研究生必须按规定提交学位论文，高能物理研究所可以采用影印、缩印或其他复制手段保存研究生上交的学位论文；（2）为教学和科研目的，高能物理研究所可以将公开的学位论文作为资料在图书馆、资料室等场所供科研人员阅读，或在所内网站供科研人员浏览部分内容；（3）根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》，向国家图书馆等相关部门报送可以公开的学位论文。

签名：_____日期：_____

摘 要

中微子物理是当下粒子物理、天体物理和宇宙学的前沿热点。中微子振荡是目前实验上唯一超出标准模型的物理现象。影响中微子振荡几率的参数有六个，三个混合角，两个质量平方差和一个CP相角。大亚湾反应堆中微子实验的物理目标就是测量混合角中最小的一个，即混合角 θ_{13} ，使 $\sin^2(2\theta_{13})$ 灵敏度达到0.01 以上。为了达到这样的物理目标，压低实验中的本底以及减小和准确估计实验误差就非常重要。实验误差主要有三大来源：来自探测器的误差、来自反应堆的误差和来自本底的误差。最终物理分析中需要输入反应预期中微子能谱和相关的关联和非关联误差。因此有必要专门研究反应堆预期能谱及相关误差。

目前广泛使用的反应堆核素预期中微子能谱是由ILL、Mueller、Huber等分别由ILL实验测量的核素衰变beta能谱转换而来的。这种方法获得的核素中微子能谱是模型依赖的。核素预期能谱还可以由理论计算得到，但这个方法的误差较大。近年一系列短基线反应堆中微子实验观测通量平均值比Mueller、Huber 等人的预期通量少约3%，差别超过1倍 σ 误差范围，此即反应堆中微子反常现象。在谱形方面，预期能谱能否很好地描述观测能谱也是广泛关注的问题。大亚湾高精度、高统计量、低本底的观测能谱可以用来检验预期能谱。大亚湾观测能谱与预期能谱对比发现在快信号能量的4~6MeV范围有超出。观测能谱相对预期能谱整体有约 2σ 的超出。在4~6MeV范围，则有约 4σ 的超出。

由于低本底、高统计量以及对误差的精确研究，大亚湾可以得出高统计量和高精度的观测能谱。如果将观测能谱中大亚湾特有的探测器信息、反应堆信息和振荡效应等去除或修正，就可以提供“通用”中微子能谱，用来给其它反应堆中微子实验提供预期能谱。这需要分两个步骤：1)将观测快信号能谱转换为真实中微子能谱。这需要将快信号能谱上的能量弥散等探测器效应去除，此即能谱的反解。2)得到真实中微子能谱后，将振荡效应、探测器靶质子数、反应堆裂变数等信息修正或去除后，就可以得到与反beta衰变反应截面耦合后的通用中微子能谱。

本论文对中微子物理、大亚湾中微子实验及能谱研究等进行了探讨，其中核心内容就是:1)基于Huber,Mueller,ILL,Vogel 等人的模型预期或理论计算的核素能谱，对反应堆预期中微子能谱及其误差的计算。2) 观测能谱与预期能谱的直接对比。对比发现快信号能量的4~6MeV范围内观测能谱有 4σ 的超出，这一现象已引起业内广泛关注。3) 基于观测IBD快信号能谱和MC响应矩阵，分别利用Bayes迭代法和SVD 正规化方法，进行能谱反解，获得大亚湾观测的真实中微子能谱。并由此给出通用中微子能谱。

关键词：中微子振荡，大亚湾，中微子能谱，能谱对比，能谱反解

ABSTRACT

Neutrino physics is the frontier of particle physics, astrophysics and cosmology. Neutrino oscillation is the only physical phenomenon beyond the Standard Model of particle physics. Neutrino oscillation can be described by six oscillation parameters, three mix angles, two delta M square and one CP phase angle. θ_{13} is the smallest mix angle. The physical goal of the Daya Bay Reactor Neutrino Physics Experiment is to measure $\sin^2(2\theta_{13})$ to sensitivity of 0.01 or better at 90% confidence level. To achieve the goal, it is very important to suppress backgrounds and reduce and precisely estimate uncertainties. There are three sources of uncertainties: detector related uncertainties, reactor related uncertainties and background uncertainties. In the physics analysis, one needs to input the reactor correlated and uncorrelated uncertainties and the predicted antineutrino spectrum, so it is necessary to research the predicted spectrum and related uncertainties.

Currently, the most popular predicted antineutrino spectrum is from ILL, Mueller or Huber, which is transferred from measured electron spectrum from isotopes' beta decay by ILL. Antineutrino spectra generated in this way are model dependent. The predicted antineutrino spectrum can also be estimated theoretically, but it has large uncertainties. In recent years, average flux of a lot of short baseline reactor antineutrino experiments is almost 3% smaller than Mueller' s or Huber' s results. Flux discrepancy between measurement and prediction is larger than 1 sigma uncertainty range. This is the so-called Reactor Antineutrino Anomaly Phenomenon. For the shape of spectrum, Can the predicted spectrum describe the measurement or not? This question has also been given abroad attention. The high precision, high statistics and low background spectrum measured at Daya Bay can be used to check the shape of prediction. Daya Bay compared the measured spectrum and the predicted spectrum directly, and found the measurement has a discrepancy in $4 \sim 6$ MeV of prompt energy relative to the prediction. The discrepancy is almost 2σ in the full energy range and almost 4σ in $4 \sim 6$ MeV range.

With low backgrounds, high statistics and precisely estimation of uncertainties, Daya

Bay can get measured spectra with high statistics and high precision. If information of detector and reactor removed and the oscillation effect corrected, one can get the so-called generic antineutrino spectrum, which can be used it to predict antineutrino spectrum of other reactor antineutrino experiments. To get the generic antineutrino spectrum, one has to go through two steps: 1) Transfer the measured IBD prompt spectrum to antineutrino spectrum. One has to remove the energy smearing and other detector effects. This is the so-called Spectrum Unfolding. 2) Correct the oscillation effect and remove detector and reactor information, such as target proton number, number of fissions of reactors and so on. Finally, one can get the generic antineutrino spectrum, which is the total antineutrino spectrum of all isotopes and couple with the inverse beta decay cross section.

In this thesis, we introduce the neutrino physics, the Daya Bay Antineutrino Experiment and study on reactor spectrum. Following are the key content of the thesis: 1) Estimation of the predicted spectrum. Based on Huber, Mueller, Ill and Vogel' s predicted isotope spectra, calculate the reactor predicted antineutrino spectra and related uncertainties. 2) Spectrum comparison between measurement and prediction. 3) Spectrum unfolding and generic antineutrino spectrum. Based on the measured IBD prompt spectrum and MC response matrix, do spectrum unfolding through Bayes Iteration Method and SVD Regularization method respectively, and then get the antineutrino spectrum of Daya Bay. Finally get the generic antineutrino spectrum.

Key words: neutrino mixing, Daya Bay Experiment, anti-neutrino spectrum, spectrum comparison, spectrum unfolding

目录

1	中微子物理简介	1
1.1	中微子物理简介	1
1.1.1	中微子简史	1
1.1.2	中微子的性质	2
1.1.3	超出标准模型的中微子	3
1.1.4	中微子物理中尚待解决的问题	4
1.2	中微子振荡理论及实验	6
1.2.1	中微子振荡理论	6
1.2.2	中微子源	10
1.2.3	中微子的探测	12
1.2.4	太阳中微子实验	14
1.2.5	大气中微子振实验	15
1.2.6	加速器中微子实验	15
1.2.7	反应堆中微子实验	18
1.3	中微子物理中的新问题	20
1.4	论文内容和结构	22
2	大亚湾反中微子实验	23
2.1	实验的物理目标和意义	23
2.2	实验总体规划	24
2.2.1	实验总体设计方案	24

2.2.2	实验布局和基线优化	25
2.3	探测器设计	28
2.3.1	中心探测器	28
2.3.2	反符合探测器的设计	30
2.4	大亚湾物理分析	32
2.4.1	刻度与探测器响应	32
2.4.2	IBD 事例的挑选	33
2.4.3	本底	33
2.4.4	探测效率与误差	35
2.4.5	物理成果	38
3	中微子预期能谱及相关误差	41
3.1	大亚湾核电站简介	41
3.2	反应堆中微子物理	43
3.3	反应堆中微子能谱	45
3.3.1	反应堆功率	45
3.3.2	核素裂变份额	49
3.3.3	每次裂变释放能量	51
3.3.4	核素裂变产生的中微子能谱	52
3.3.5	探测器预期中微子能谱	62
3.3.6	非平衡态和核废料修正	64
3.4	反应堆相关误差	68
3.4.1	反应堆流强预测误差关联性分类	69
3.4.2	误差传递	70
4	观测能谱及其与预期的比较	77
4.1	IBD快信号能谱	77
4.1.1	flasher cut	77
4.2	IBD能谱及其误差	86
4.2.1	IBD快信号能谱	86

4.2.2	快信号能谱的误差	88
4.3	观测能谱与预期能谱的比较	91
4.3.1	由预期中微子能谱到预期快信号能谱	93
4.3.2	能谱比较	96
5	从正电子能谱到中微子能谱	101
5.1	能谱反解简介	101
5.1.1	Bayes迭代法	103
5.1.2	SVD正规化方法	105
5.1.3	能谱反解程序包: RooUnfold	111
5.1.4	正规化参数的确定	112
5.2	对能谱反解方法的检验	113
5.2.1	不同反解方法和不同响应矩阵反解结果的比较	114
5.2.2	Bias估计	114
5.2.3	误差传递检验	121
5.2.4	Chi2 vs Binning检验	121
5.3	从正电子能谱反解中微子能谱	126
5.4	预期中微子能谱与观测中微子能谱对比	126
5.5	“通用”反应堆中微子能谱	129
6	总结与展望	133
6.1	总结	133
6.2	展望	134
6.2.1	6+8AD的绝对能谱分析	134
6.2.2	核素能谱的反解	134
	发表文章目录	143
	致谢	145

插图目录

1.1	太阳中微子能谱	11
1.2	反应堆中微子能谱	11
1.3	中微子与物质间的四种相互作用	12
1.4	大气中微子振荡参数全局拟合结果	16
1.5	反应堆中微子能谱	18
1.6	历史上的反应堆中微子实验	19
1.7	近期正在进行的反应堆中微子实验结果灵敏度	20
2.1	反应堆中微子的消失几率随基线长度的变化关系	26
2.2	大亚湾实验点布局	27
2.3	大亚湾探测器示意图	29
2.4	大亚湾中心探测器示意图	30
2.5	测量到 IBD 事例率同预测能谱比较	34
2.6	远近点能谱比较	39
2.7	$\sin^2 2\theta_{13}$ vs Δm_{ee}^2 值分布	40
3.1	压水堆功率系统	43
3.2	二回路蒸汽发生器示意图	47
3.3	裂变份额随燃耗的演化	50
3.4	模拟结果中乏燃料核素含量同测量实验的偏差	51
3.5	^{235}U 的裂变碎片的质量分布	53

3.6	裂变产生的中微子能谱(ILL)	57
3.7	Mueller的中微子能谱同ILL的中微子能谱的比较	58
3.8	不同预期能谱的比较	60
3.9	中微子的观测与Huber+Mueller预期事例数比值	62
3.10	6AD时间大亚湾3个近点探测器的总预期中微子能谱	63
3.11	马旭波等人与Mueller等人的非平衡态修正结果	65
3.12	核废料产生的中微子能谱	67
3.13	核废料的中微子相对于反应堆发射的总的中微子数目的贡献	67
3.14	核废料的中微子相对于反应堆发射的总的中微子数目的贡献	69
3.15		70
3.16	^{238}U 裂变和 ^{239}Pu , ^{241}Pu 产生关系	71
3.17		72
3.18		73
3.19		74
3.20		75
3.21		75
3.22		76
4.1	AD1和AD2的触发事例能谱分布	78
4.2	探测器中的顶点分布。左图为AD1的分布，右图为AD2的分布。预期中，它们应该有类似的顶点分布，并且是均匀分布，但图中，在均匀背景之上，各自有不同形状和大小的团簇。	79
4.3	探测器中PMT上的最大电荷分布。一个IBD事例会产生很多光子，光子击中不同的PMT并被吸收。一个IBD事例中某个PMT上被最多光子击中，则这个PMT 是这个IBD事例的最大电荷PMT。统计多个IBD事例的最大电荷PMT，预期中是均匀分布的，但从图中可见，部分PMT的数值明显高于多数PMT，并且AD1和AD2各自不同。	79
4.4	实验室中看到的PMT基座打火现象	80
4.5	最大电荷的PMT分布图	81
4.6	Quad-MaxQ分布图	82

4.7	AD1和AD2的FID分布图	83
4.8	AD1和AD2的触发事例能谱分布	84
4.9	flasher事例剔除后, 探测器中的顶点分布。不再有明显的转入, 两个AD的顶点分布相似。	84
4.10	flasher事例剔除后, 事例最大电荷在PMT上的分布。所有PMT在同一水平上。	85
4.11	flasher R值分布。左图为AD1的, 右图是AD2的。红色点的PMT对应的R值较大, 大部分flasher是由这些PMT 产生的; 黑色点中, R值相对较高, 其实也只有1至2个事例, 这样的事例可能是flasher事例, 也可能是被误判为flasher 事例的好事例。统计能量范围为6-12 MeV。	86
4.12	AD1和AD2的Ellipse分布	87
4.13	6AD时间段的近点快信号能谱	88
4.14	相对能标误差的协方差矩阵和关联矩阵	90
4.15	4条参考非线性模型与标准模型的差别	91
4.16	非线性误差的协方差矩阵和关联矩阵	92
4.17	系统误差的协方差矩阵和关联矩阵	92
4.18	MC响应矩阵	94
4.19	MC的中微子能谱和快信号能谱	94
4.20	Huber模型的预期能谱	95
4.21	基于Huber+Mueller模型的预期能谱的协方差矩阵	96
4.22	快信号能谱对比	97
4.23		98
5.1	能谱反解举例示意图	102
5.2	SVD反解过程中的 d_i 和 s_i 分布。	107
5.3	14个bin时无正规化的能谱反解结果。	108
5.4	30个bin时无正规化的能谱反解结果。	108
5.5	SVD解法中的 d_i 分布	110
5.6	SVD正规化方法反解结果	110
5.7	RooUnfold架构介绍	111

5.8	正规化参数Kreg扫描。	113
5.9	内在Bias的估计。可见在主要的能量段，Bias在0.5%的水平，除了低能 部分和高能部分的Bias有6% 的水平以外。	115
5.10	有局部鼓包结构情况下的内在Bias估计。	117
5.11	有统计涨落的能谱的Bias估计。	118
5.12	内在Bias的估计。可见在主要的能量段，Bias在0.5%的水平，除了低能 部分和高能部分的Bias有6% 的水平以外。	120
5.13	反解程序的误差传递检验。	122
5.14	反解能谱协方差及其近似逆	123
5.15	Chi2 vs Bin	124
5.16	中微子能谱不同Bin数时的 χ^2 分布	125
5.17	大亚湾观测能谱反解后的中微子能谱及协方差矩阵。	127
5.18	中微子能谱对比	128
5.19	通用中微子能谱对比	130
5.20	通用中微子能谱对比	132
6.1	反解求解的四种核素能谱	135

表格目录

1.1	2012 年中微子振荡混合参数表。	9
1.2	不同反应堆中微子实验的比较.	21
2.1	各实验点的中微子探测器模块的事例数和信噪比	27
2.2	大亚湾中心探测器的物理性能要求	31
2.3	大亚湾实验对反符合系统性能的要求	32
2.4	绝对效率, 关联误差和非关联误差	36
2.5	6AD时期, 217天的大亚湾实验信号和本底总结	37
3.1	KME 系统与SAPEC系统对堆芯功率的计算结果比较(95%置信度)	42
3.2	^{235}U 的裂变能量.	45
3.3	KME 系统与SAPEC系统对堆芯功率的计算结果比较(95%置信度)	48
3.4	裂变核素每次裂变释放的能量	52
3.5	可能对实验产生影响的非平衡态长寿命同位素.	66
3.6	非平衡态修正. 修正应用于ILL转换的能谱.	68
3.7	堆芯四种关键核素裂变份额关联系数.	71
3.8	裂变反应截面[66].	73
3.9	反应堆关联误差和非关联误差汇总.	73
4.1	观测能谱相对误差	89

第一章 中微子物理简介

本章将简要介绍中微子物理的历史脉络、理论与实验研究背景、现状及当下的主要课题等，进而介绍本课题的意义以及本论文的结构。

1.1 中微子物理简介

1.1.1 中微子简史

beta衰变中能量失踪之谜 进入20世纪，量子物理学让人们意识到微观世界的粒子能量的吸收和发射不是连续的，而是一份一份量子化的。然而，在1914年的实验中，查德威克却发现由中微衰变到质子和电子的beta衰变反应中，电子的能谱是连续的，并且电子只带走了一部分能量，有一部分能量神秘失踪了。这个问题困扰着物理学家们，以致于尼尔斯·玻尔据此认为能量守恒定律失效。直到1930年，泡利提出一种假说来试图解释这个现象，即在beta衰变反应中产生了一种未被观测到的粒子，带走了部分能量。这种粒子需要呈电中性，并且与物质只有微弱的相互作用。这种粒子最初被命名为“中子”。后来，费米将这种粒子的名字命名为“中微子”。

beta衰变的理论描述 1933年，费米提出一个理论来解释Beta衰变，在这个理论中，不仅中微子被包含进去，费米还提出除引力与电磁相互作用力以外的一种新的相互作用力——弱相互作用力。中子的beta衰变就属于这种弱相互作用力，在这个过程中产生了一个质子、一个电子和一个中微子。

中微子的实验发现 1956年，美国物理学家柯万和莱因斯等首次在实验上观测到了中微子。根据beta衰变理论，核反应堆会源源不断地放出很多中微子。如果让质子与这些中微子发生反beta衰变反应，就会生成质子和正电子，形成一快一慢的符合信号。在

实验中，他们确实观测到了这样的快慢符合信号。两位物理学家因此而获得1995 年诺贝尔物理学奖。直到今天，类似的反应堆中微子实验方法仍然被物理学界沿用、发展。

中微子振荡理论 1957年，意大利科学家庞蒂科夫提出，如果出现不同各类的中微子，则它们之间会发生振荡效应，此即中微子振荡理论。

中微子振荡相关实验

1968年，戴维斯等人利用放射性手段观测太阳释放的中微子，发现部分太阳中微子失踪了，此即太阳中微子失踪之谜。此项发现获得2002年诺贝尔物理学奖。

1985年，日本神冈实验和美国IMB实验发生了大气中微子的反常现象。1987年，他们又观测到1987A超新星中微子，并因此获得2002年诺贝尔物理学奖。

1998年，超级神冈实验组终于发现中微子振荡现象，这也说明中微子的质量不为零。

2001年，SNO实验证实了找到太阳中微子失踪也是由于中微子振荡的有力证据。

2002年，日本KamLAND实验终于证实了太阳中微子振荡。

同年，日本K2K加速器实验实证了大气中微子振荡。

2006年，美国MINOS加速器实验进一步证实了大气中微子振荡。

2012年3月8日，中国的大亚湾反应堆反中微子实验证实了反应堆中微子振荡，其结果以5.2倍sigma的精度测得中微子振荡混合角 θ_{13} 为：

$$\sin 2(2\theta_{13}) = 0.092 \pm 0.016(\text{stat}) \pm 0.005(\text{syst}).$$

此外，欧洲核子中心的LEP实验于1989年证明有且仅有三代中微子，即电子中微子、muon中微子和tau中微子。费米实验室的DONUT实验于2000年成功发现了tau 中微子。有趣的是，美国的LSND实验于1995年发现可能存在第四种中微子，即所谓的惰性中微子。近年一系列短基线反应堆中微子实验发现了中微子反常现象，部分科学家认为其于惰性中微子有关。

1.1.2 中微子的性质

粒子物理学标准模型认为，物质世界是由一些基本粒子和四种相互作用力构成的。这些基本粒子包括三代夸克：u夸克、d夸克、c夸克、s夸克、t夸克和b夸克；三代轻子包括：电子和电子中微子、 μ 子和 μ 中微子、 τ 子和 τ 中微子。这些粒子间传递玻色子进行相互作用。强相互作用之间相互传递胶子；弱相互作用传递Z或W 粒子；电磁相互作用

用传递光子。这些基本粒子已经在实验上相继被发现。

在标准模型的框架中，中微子只参与弱相互作用，而不参与强相互作用或电磁相互作用。中微子静止质量为零、自旋为 $1/2$ ，是左旋的Dirac 粒子。如上面提到的，按照弱相互作用中的味道本征态来划分的话，中微子分为电子中微子、muon 中微子、tau 中微子三类，并且相应地有反电子中微子、反muon 中微子、反tau 中微子。1989年，LEP[1]和SLD[2] 实验通过测量 Z_0 粒子衰变的不可见宽度测得活跃中微子代数为 $N_\nu = 2.984$ ，也就是说活跃中微子最可能有3 代，这与标准模型预言一致。

此外，在标准模型中，中微子静止质量为零，即中微子只能以光速运动，那么自然界中只能观测到左旋中微子。如果其静止质量不为零，则速度达不到光速，那么理论上选择合适的参照系之后，就可以观测到右旋的中微子，虽然目前实验中尚未观测到。

1.1.3 超出标准模型的中微子

中微子有无质量？

如上文所说，在标准模型中，假设了中微子静止质量为零。这是因为由 β 衰变得出的中微子质量需要为零或非常小，而在后来的实验中没有观测到右旋中微子，也没观测到反应中的轻子数破坏，这样中微子静止质量为零就是个并不突兀的假设。

然而，理论上并不能排除中微子没有静止质量的可能。1960 年代初，Maki、Nakagawa、Sakata 和Pontecorvo 提出，如果中微子静止质量不为零，则其质量本征态与味道本征态不是简并的。那么，在中微子传播过程中，它就处于不同味道的叠加态，当中微子被观测到时，就会塌缩到某个味道本征态，此时就有一定的概率，中微子由原本的一种味道变成了另外一种味道。此即中微子振荡，或中微子混合。这个振荡在数学上可以由一个矩阵描述，以作者名字命名为MNSP 矩阵。中微子振荡理论为人类提供了一种在实验上检验中微子是否有静止质量的办法。

同样在1960年代，J.Bahcall提出了一个模型，可以计算出太阳中核聚变反应放射出的所有能量。R.Davis等人通过观测太阳中微子来检验J.Bahcall的理论模型，然而，实验结果表明，观测到的中微子只有模型预言的 $1/3$ 。有一部分太阳中微子失踪了。对此，有一种解释就是太阳中微子发生了振荡，失踪的部分中微子正是振荡成了另外一种未被观测到的中微子。此后，有多组不同的实验得到了和R.Davis 等人类似的实验结果。直到2001~2002年，加拿大的SNO实验在探测器中同时探测三种中微子，不仅探测到减少

的 μ 子中微子，还探测到产生出来的 τ 中微子，三代中微子的总和与J.Bahcall的模型吻合。这个实验也为中微子振荡提供了有力的证据[3]。

另一方面，宇宙线 μ 子进入大气层后衰变会产生大量 μ 子中微和电子中微子，理论计算得其比值为约2：1。但一系列实验所测得的值均为1：1附近，比如神冈实验。到1998年，超级神冈实验证实了这是由于 μ 中微子振荡消失了[4]。

由于太阳中微子实验和大气中微子实验中，中微子源都是来自于大自然，背后可能有未知的因素，因此以上的实验成果并不能完全确定中微子振荡。所以，如果能人工产生中微子源并进行实验，就能得到比较让人信服的证据。目前人类的人工中微子源有两种：加速器中微子和核反应堆中微子。

KEK 实验组加速质子打靶产生强子，强子衰变产生中微子，并由超级神冈探测器探测到。到2003年，K2K实验利用加速器中微子终于证实了大气中微子振荡[5]。

反应堆中微子实验其实是最早的中微子实验，中微子的发现就是通过反应堆中微子实验。实验中，反电子中微子进入探测器后与靶质子反应，生成正电子和中子的快慢符合信号。通过观测产生的快慢符合信号就可以确定观测到的反电子中微子数目，进而检验是否发生了中微子振荡消失。KamLAND实验于2002 年发现有大约40%的反电子中微子消失了，即振荡成为了别的未被探测到的中微子[6]。结合太阳中微子实验结果，可以确定，中微子发生了振荡以及中微子的静止质量不为零。

1.1.4 中微子物理中尚待解决的问题

中微子质量和质量等级

中微子振荡的发现，表明中微子静止质量不为零。在中微子振荡公式中，影响振荡几率的只是不同质量本征态的质量平方差，而非绝对质量值，因此中微子振荡实验无法测量中微子绝对质量。零中微子双 β 衰变实验、单 β 衰变实验和宇宙学实验都能提供中微子质量信息[7]，依次分别记 $m_{\beta\beta}$ 、 m_β 和 Σ ，三者综合起来可以进一步限定中微子质量范围。其中，

$$m_{\beta\beta} = | c_{13}^2 c_{12}^2 m_1 + c_{13}^2 s_{12}^2 m_2 e^{i\phi_1} + s_{13}^2 m_3 e^{i\phi_2} | \quad (1.1)$$

$$m_\beta = [c_{13}^2 c_{12}^2 m_1^2 + c_{13}^2 s_{12}^2 m_2^2 + s_{13}^2 m_3^2] \quad (1.2)$$

$$\Sigma = m_1 + m_2 + m_3 \quad (1.3)$$

式中 $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$, 是中微子振荡混合角; ϕ_i 是Majorana相位角, 目前还无法精确测量, 只能给出eV 量级的上限。

除了中微子的绝对静止质量, 其质量等级也有重要物理意义。如上文所说, 中微子质量等级影响中微子振荡几率, 因此也可以通过中微子振荡实验来测量。目前实验给出的结果为[8]: $\Delta m_{21}^2 \sim 7.65 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$, $|\Delta m_{21}^2| \sim 2.40 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ 。其中 $|\Delta m_{21}^2|$ 符号尚不能确定, 即中微子质量存在两种可能排序: $m_1 < m_2 < m_3$ 和 $m_3 < m_1 < m_2$, 分别为正质量等级和反质量等级。质量等级的测量依赖于 θ_{13} , 可以通过加速器实验, 如T2KK实验[9], No ν A 实验[10, 11], 或通过高精度的反应堆中微子实验测量, 如JUNO实验[12, 13, 14, 15]。

中微子振荡混合角的精确值

目前人类已测得三个中微子振荡混合角的值, 但如果能进一步精确测量, 可以帮助我们完善中微子振荡的整体物理图像; 有助于测量质量等级和CP相角; 还可以确认混合矩阵的么正性等。

CP相角有多大?

如果 θ_{13} 很小或为零, 则CP相角很难测量。幸好大亚湾等反应堆实验测量结果显示, θ_{13} 比预期的要大, 这使得CP相角的测量成为可能。而CP相角可能与宇宙中物理与反物质不对称之谜有关。

中微子有几代? 是否有未被发现的情性中微子?

上文说到过, LEP[1]和SLD[2]等实验以及宇宙学实验测量结果显示活跃中微子最可能的代数为3代。但是有可能存在一种特别的中微子, 它甚至不参与标准模型的弱相互作用, 只参与中微子振荡。此即情性中微子。

LSND[16]实验在探测 $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ 振荡时, 发现质量平方差 $\Delta m_{LSND}^2 \sim 1 \text{ eV}$, 比另外两个已测得的质量平方差大3~5个数量级。要解释这个实验现象, 物理学家们引入了一个质量为eV量级的情性中微子。为了验证LSND 的实验结果, 物理学家们建立了MiniBooNE中微子实验, 测量 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 振荡, 不过实验结果在98%的置信度上

与LSND 的结果不吻合[17]。甚至，MiniBooNE观测到的电子中微子事例偏多，与无惰性中微子假设的中微子理论也不吻合。

此外，一系列短基线反应堆中微子实验观测到的平均中微子事例数与ILL, Huber等理论预期模型相比，事例数偏低，此即反应堆中微子反常现象。对这个现象的一个解释也是惰性中微子。

中微子是Dirac粒子还是Majorana粒子

在标准模型中，中微子被假定为左旋的Dirac粒子。我们知道，中微子振荡的确定意味着中微子静止质量不为零，那么中微子在理论上可以有右旋的。其实，中微子是不是Dirac粒子也是尚未确定的，它也有可能是Majorana粒子。如果是后者，则中微子的反粒子就是它本身。当观察者速度超过中微子时，中微子就变成它的反中微子，同时也就变成右旋。在实验上，可以通过观测零中微子双 β 衰变过程来确定中微子是否是Majorana粒子。如果是，就会发生这种衰变。目前有不只一个实验在做这项研究，比如IGEX实验[18]，GUORICINO[19]实验和NEMO3[20]实验等。

中微子的磁矩

中微子有非零的静止质量，那么它就可以有非零的磁偶极矩[21]，约为 $\sim 3 \times 10^{-20} \mu_B (m_\nu/0.1\text{eV})$ 。有磁偶极矩意味着中微子也可能会衰变，可以和磁场相互作用，因此，中微子与电子相互作用的截面就会与标准模型预言的略有差别。中微子的磁矩也可能是造成太阳中微子失踪的原因之一。因为太阳中微子会受太阳和地球磁场的影响而改变传播方向，使得地球上观测到的中微子数少于预期。

现在有TEXONO等实验[22]，通过测量中微子与电子的弹性闪射截面，并与标准模型的预言相比较，来确定中微子磁矩。由于磁矩很小，目前的实验条件只能给出上限，大约为 $10^{-11} \mu_B$ 量级。

1.2 中微子振荡理论及实验

1.2.1 中微子振荡理论

中微子有非零静止质量，故质量本征态与味道本征态不同，其在传播的时候是处于质量态，此时就是几个味道本征态的叠加态，叠加态随时间演化。当中微子被观测到

时，其与物质发生弱相互作用，按几率塌缩到某个味道本征态。此即中微子振荡。设中微子的味道本征态表示为 $|\nu_\alpha\rangle$ ，质量本征态则表示为 $|\nu_i\rangle$ 。则中微子产生时处于味道本征态，其状态可以表示为质量本征态的叠加态 1.4

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle \quad (1.4)$$

其中 U 是PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata) 混合矩阵。中微子在传播过程中，状态随时间演化。一定时间后，与物质发生反应并塌缩到某一味道本征态 $|\nu_\beta\rangle$ ， $|\nu_\alpha\rangle \rightarrow |\nu_\beta\rangle$ ，其振荡几率为：

$$\mathcal{A}(|\nu_\alpha\rangle \rightarrow |\nu_\beta\rangle) = \langle \nu_\alpha | \nu_\beta \rangle \sum_i \sum_j \langle \nu_j | U_{\beta j} e^{-ipx} U_{\alpha i}^* | \nu_i \rangle = \sum_i U_{\beta i} e^{-ipx} U_{\alpha i}^* \quad (1.5)$$

中微子的质量本征态是正交的，式中 p 是中微子的动量， L 是中微子源到探测器的距离。由于中微子的质量远小于能量 E 或动量 p ， $m \ll E, p$ ，是极端相对论粒子。 e^{-ipx} 是质量本征态的传播子。在实验室坐标系下 $e^{-ipx} = Et - |p|L$ ， $v = c$ ， $E = p$ ，可得：

$$E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2} \approx p + \frac{m_i^2}{2p} = \sqrt{p^2 + m_i^2} \approx p + \frac{m_i^2}{2E} \quad (1.6)$$

$t \approx L$ ，可以得到

$$p \cdot x = Et - |p|L = (E - |p|)L = \frac{m^2 L}{2E} \quad (1.7)$$

进一步可以求得初始时状态为 $|\nu_\alpha\rangle$ 的中微子在经过传播距离 L 后，振荡为 $|\nu_\beta\rangle$ 的几率为：

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(|\nu_\alpha\rangle \rightarrow |\nu_\beta\rangle) &= |\mathcal{A}(|\nu_\alpha\rangle \rightarrow |\nu_\beta\rangle)|^2 = \sum_i \sum_j U_{\beta j}^* U_{\alpha j} e^{-im_j^2 L/2E} U_{\beta i} U_{\alpha i}^* e^{-im_i^2 L/2E} \\ &= \sum_i \sum_j U_{\beta j}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^* e^{-i\Delta m_{ij}^2 L/2E} \end{aligned} \quad (1.8)$$

其中 $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ 。加入一个等于 0 的项 1.9

$$0 = \sum_i \sum_j U_{\beta j}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^* - \sum_i \sum_j U_{\beta j}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^* \quad (1.9)$$

可得：

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}(|\nu_\alpha\rangle \rightarrow |\nu_\beta\rangle) &= \sum_i \sum_j U_{\beta j}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^* e^{-i\Delta m_{ij}^2 L/2E} + \sum_i \sum_j U_{\beta j}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^* - \sum_i \sum_j U_{\beta j}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^* \\
&= \sum_i \sum_j U_{\beta j}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^* (e^{-i\Delta m_{ij}^2 L/2E} - 1) + \sum_i \sum_j U_{\beta j}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^* \\
&= \sum_i \sum_j U_{\beta j}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^* (e^{-i\Delta m_{ij}^2 L/2E} - 1) + \delta_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{1.10}$$

最后一步是因为 U 是单元矩阵， $\sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} = \delta_{\alpha\beta}$ ，并且这里 $\delta_{m_{ii}^2} = 0$ 。如果我们设 $D_{ij} = U_{\beta j}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^*$ ，则 $D_{ij} = D_{ji}^*$ 。有 $D_{ij} + D_{ji} = 2\text{Re}(D_{ij})$ ，利用 $e^{ix} = \cos(x) + i\sin(x)$ ，并作单位制运算，则式 1.10 可表达为：

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}(|\nu_\alpha\rangle \rightarrow |\nu_\beta\rangle) &= \delta_{\alpha\beta} + 2 \sum_{i>j} \text{Re}(U_{\beta j}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^*) (\cos(\Delta m_{ij}^2 L/2E) + i\sin(\Delta m_{ij}^2 L/2E) - 1) \\
&= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} \text{Re}(U_{\beta j}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^*) \sin^2(\Delta m_{ij}^2 (L/4E)) \\
&\quad + 2 \sum_{i>j} \text{Im}(U_{\beta j}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^*) \sin(\Delta m_{ij}^2 (L/2E)) \\
&= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} \text{Re}(U_{\beta j}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^*) \sin^2(1.27\Delta m_{ij}^2 (L/E)) \\
&\quad + 2 \sum_{i>j} \text{Im}(U_{\beta j}^* U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\alpha i}^*) \sin(2.54\Delta m_{ij}^2 (L/E))
\end{aligned} \tag{1.11}$$

如果 $\nu_\alpha = \nu_\beta$ ，则式 1.11 中的第三项变为零，此即是中微子振荡存活的几率。

如果 CPT 守恒，则对于中微子振荡有

$$\mathcal{P}(|\bar{\nu}_\alpha\rangle \rightarrow |\bar{\nu}_\beta\rangle) = \mathcal{P}(|\nu_\alpha\rangle \rightarrow |\nu_\beta\rangle) \tag{1.12}$$

由式 1.11 可得

$$\mathcal{P}(|\nu_\alpha\rangle \rightarrow |\nu_\beta\rangle; U^*) = \mathcal{P}(|\nu_\beta\rangle \rightarrow |\nu_\alpha\rangle; U) \tag{1.13}$$

结合式 1.12 和 1.13 可得

$$\mathcal{P}(|\bar{\nu}_\alpha\rangle \rightarrow |\bar{\nu}_\beta\rangle; U) = \mathcal{P}(|\nu_\alpha\rangle \rightarrow |\nu_\beta\rangle; U^*) \tag{1.14}$$

中微子和反中微子的振荡几率是相同的。那么 $\mathcal{P}(|\bar{\nu}_\alpha\rangle \rightarrow |\bar{\nu}_\beta\rangle)$ 和 $\mathcal{P}(|\nu_\alpha\rangle \rightarrow |\nu_\beta\rangle)$ 不同就意味着CP不守恒（CP 破坏），而 $\mathcal{P}(|\nu_\alpha\rangle \rightarrow |\nu_\beta\rangle)$ 和 $\mathcal{P}(|\nu_\beta\rangle \rightarrow |\nu_\alpha\rangle)$ 的不同意味着T变换不守恒。 ν_α 到 ν_β 和 $\bar{\nu}_\alpha$ 到 $\bar{\nu}_\beta$ 的概率差可以用来测量CP破坏程度。

MNPS 矩阵元的参数化形式可写为 1.15

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_{23} & S_{23} \\ 0 & -S_{23} & C_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{13} & 0 & \hat{S}_{13}^* \\ 0 & 1 & 0 \\ \hat{S}_{13} & 0 & C_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{12} & S_{12} & 0 \\ -S_{12} & C_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\phi_1} \\ e^{i\phi_2} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

$$= \begin{pmatrix} C_{12}C_{13} & S_{12}S_{13} & \hat{S}_{13}^* \\ -S_{12}C_{23} - C_{12}\hat{S}_{13}S_{23} & C_{12}C_{23} - S_{12}\hat{S}_{13}S_{23} & C_{13}S_{23} \\ S_{12}S_{23} - C_{12}\hat{S}_{13}S_{23} & -C_{12}C_{23} - S_{12}\hat{S}_{13}S_{23} & C_{13}S_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\phi_1} \\ e^{i\phi_2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

其中 $C_{jk} = \cos\theta_{jk}$ ， $S_{jk} = \sin\theta_{jk}$ ， $\hat{S}_{13} = \cos\theta_{13}$ ， ϕ_1 、 ϕ_2 是 Majorana 相位角，不影响振荡几率，可以省略。那么，影响中微子振荡的参数就有六个：三个混合角 θ_{12} 、 θ_{23} 和 θ_{13} ，两个质量平方差 ΔM_{21}^2 和 ΔM_{32}^2 和一个CP相角 δ_{cp} 。到2012年为止，它们的实验测量结果如 1.1

$\sin^2(2\theta_{12})$	0.857 ± 0.024
$\sin^2(2\theta_{23})$	> 0.95
$\sin^2(2\theta_{13})$	0.098 ± 0.013
ΔM_{21}^2	$(7.50 \pm 0.20) \times 10^{-5} eV^2$
ΔM_{32}^2	$0.00232^{+0.00012}_{-0.00008} eV^2$

表 1.1: 2012 年中微子振荡混合参数表。

根据式 1.11 和 1.15 可得电子中微子的振荡存活几率如下 1.16：

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(|\nu_e\rangle \rightarrow |\nu_e\rangle) = & 1 - \sin^2(2\theta_{13})\sin^2(\Delta M_{31}^2 L/4E) \\ & - \sin^2(2\theta_{12})\cos^4(\theta_{31})\sin^2(\Delta M_{21}^2 L/4E) \end{aligned} \quad (1.16)$$

已知 $\Delta M_{31}^2 \gg \Delta M_{21}^2$ ，所以式 1.16 可以进一步简化为

$$\mathcal{P}(|\nu_e\rangle \rightarrow |\nu_e\rangle) = 1 - \sin^2(2\theta_{13})\sin^2(\Delta M_{31}^2 L/4E) \quad (1.17)$$

这也是用于反应堆反电子中微子的振荡存活几率公式。

1.2.2 中微子源

自然界中其实时刻都有很多物理过程产生着中微子，宇宙空间中也遍布着中微子，比如宇宙大爆炸残留的背景中微子，太阳、地球等星球发出的中微子，超新星爆发产生的中微子，宇宙线在大气中簇射产生的中微子等等，甚至人类的身体也会参与中微子的反应。人类也可以人工地产生中微子，比如通过加速器、反应堆等。由于中微子只参与弱相互作用，反应截面很小，需要较强的中微子源才能做实验，因此目前人类在实验中主要用到的中微子源有四种：太阳中微子源、大气中微子源、加速器中微子源和反应堆中微子源等。也有的实验用来观测宇宙中微子或超新星中微子等。

太阳中微子源和反应堆中微子源主要用于进行几个MeV能量范围的低能中微子实验，通常峰值在 $3 \sim 7$ MeV；而大气中微子源和加速器中微子源主要用于进行较高能量的中微子实验，通常在数百MeV到10GeV量级。

太阳中微子源于太阳内部核聚变反应。太阳内部不同的反应会产生不同能谱的中微子。图 1.1 是太阳中微子能谱 [24]。

反应堆中微子源于反应堆内部核素裂变。图 1.2 为反应堆中微子能谱 [25]，红虚线是反应堆核素裂变产生的中微子能谱，蓝色点划线是与探测器靶质子发生反 β 衰变反应的截面，实黑线是反应后观测到的反电子中微子能谱。

大气中微子源于宇宙射线在进入大气层后与大气层发生发生，发生簇射，簇射过程产生大量粒子，其中包含介子，介子衰变的过程中产生中微子。

加速器中微子是通过加速质子轰击铍靶或碳靶产生介子，介子衰变产生中微子束流。带电介子进入电磁装置被聚焦，通过磁场选择带正电或负电的介子，从而决定产生

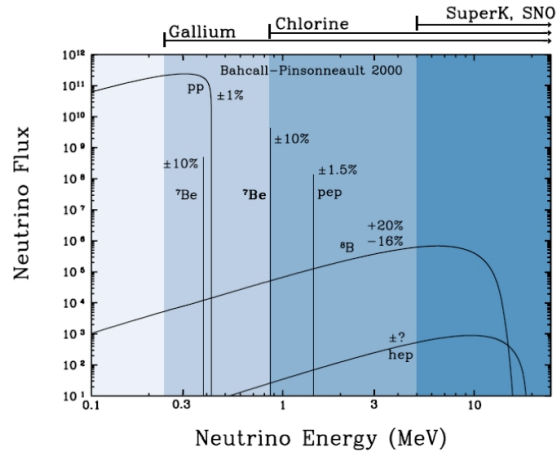


图 1.1: 太阳标准模型预计的中微子通量。

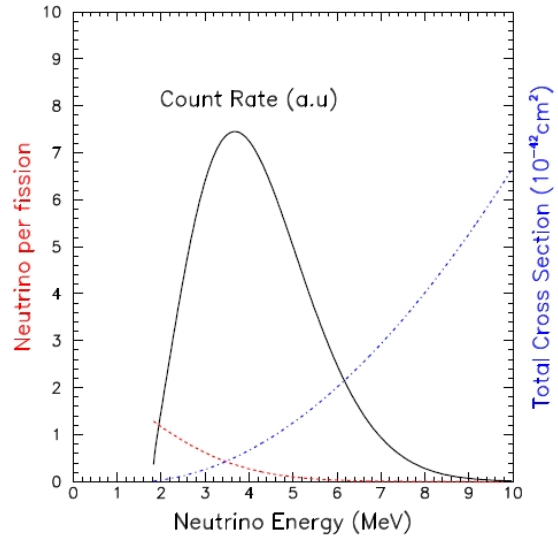


图 1.2: 反应堆中微子能谱。虚线（红色）为反应堆放出的反电子中微子能谱，点划线（蓝色）为反 β 衰变的反应截面，实线（黑色）为中微子探测器观测到的反电子中微子能谱。

中微子还是反中微子束流。加速器中微子可以人为控制中微子束流方向、能量分布及大小等，最高可以达到500GeV。不过目前加速器中微子大多在 $1 \sim 10$ GeV范围，因为这个能量范围内事例多重度低，可以较好地做轻子粒子鉴别。

1.2.3 中微子的探测

上面一节介绍了中微子源，要研究中微子，我们需要通过它与物质的相互作用来探测它。中微子只参与弱相互作用。实验中，通常通过这四种相互作用来探测中微子：

弹性散射（Elastic Scattering）、准弹性散射（Quasi-elastic scattering）、 π^0 产生（single pion production）和深度非弹性散射（DIS）。见图 1.3。

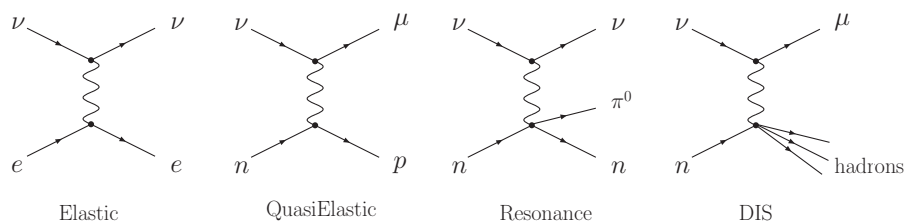


图 1.3: 中微子与物质间的四种相互作用。

弹性散射：可以是中性流，如 $\nu_e + n \rightarrow \nu_e + n$ ；也可以是带电流，如 $\nu + l \rightarrow \nu + l$ 。

准弹性散射：带电流过程；入射中微子和靶核交换玻色子 $W^\pm$ 使得靶核中的夸克味道改变。但核没有被激发或碎裂，所以叫准弹性散射，比如 $\nu_\mu + n \rightarrow \mu + p$ 。

π^0 ：可以是中性流过程或带电流过程。在共振态 π^0 产生过程中，靶核变成一个 Δ 粒子，然后衰变产生 π^0 。这一过程给很多中微子振荡实验带来重要本底。

深度非弹性散射：可能是中性流也可能是带电流相互作用过程，对应入射中微子能量很高以至于将靶核打碎的情况。

具体而言，中微子的探测主要通过以下几种相互作用过程实现：

反 β 衰变反应

在探测器中放置靶质子，中微子进入后可以与靶质子发生反 β 衰变反应，产生一个正电子和一个中子这样一对快、慢符合信号，如下：

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n \quad (1.18)$$

这个反应的能量阈值为：

$$E_{\bar{\nu}_e}^{thr} = \frac{(M_n + m_e)^2 - M_p^2}{2M_p} = 1.806 \text{ MeV} \quad (1.19)$$

观测的可见能量大约为：

$$E_{vis} \approx E_{\bar{\nu}_e} - 0.8 \text{ MeV} \quad (1.20)$$

反应产生的 e^+ 和中子信号是时间上关联的快慢符合信号。其实人类在实验上最先对中微子的发现就是Reines 和 Cowan 通过这样的反应过程实现的 [26]。大亚湾实验 [25]、CHOOZ 实验 [27]、RENO实验、Palo Verde 实验 [28] 都是利用这一探测原理。

散射

中微子可以与电子、核子等发生散射，反应过程如下：

$$\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^- \quad (1.21)$$

$$\nu_e + d \rightarrow e^- + p + p \quad (1.22)$$

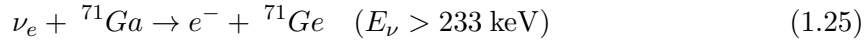
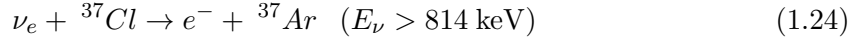
$$\nu_x + d \rightarrow \nu_x + p + n \quad (1.23)$$

其中，1.21式是中微子与电子的弹性散射，三代中微子均可以通过这种方法探测，不过 ν_μ 和 ν_τ 与电子散射的截面相对 ν_e 与电子的较小，前者约为后者的0.16倍。1.22 式和 1.23 式分别称为带电流反应和中性流反应，前者只能用于电子中微子的探测，后者可以用于三代中微子的探测。

中微子进入纯水中就可以与水中的电子发生弹性散射，产生契伦科夫光，被光电倍增管探测到。Super-K实验就是通过这种方法探测中微子的 [29]。而SNO 实验 [30] 使用重水作为靶，可以通过以上三个反应过程探测中微子，同样地是通过光电倍增管收集契伦科夫光。

辐射化学技术

辐射化学技术使用含有 ^{37}Cl 的物质 (Homestake 实验 [31]) 或者 ^{71}Ar 的物质 (GALLEX 实验 [32] 和 SAGE 实验 [33]) 作为探测中微子的靶, 可用于探测太阳放出的电子中微子, 反应过程如下:



反应产生另一种元素原子, 这样就可以确定反应的中微子的个数。前一个反应的能量阈值是 0.8 MeV, 对能量大于 5.8 MeV 的电子中微子较敏感; 而后一个反应的能量阈值是 0.2 MeV, 能较低能的中微子较敏感。

1.2.4 太阳中微子实验

较早的 Homestake 实验 [31], GALLEX 实验 [32] 和 SAGE 实验 [33] 用辐射化学技术, 用含有 ^{37}Cl 或 ^{71}Ar 的物质作为靶探测器测量太阳中微子, 发现太阳中微子数比标准模型预言的要少, 此即太阳中微子丢失之谜。

根据中微子振荡理念, 在太阳中心产生的较高能量的电子中微子在传播到太阳表面时成了 ν_2 质量本征态。而在地球上看到的电子中微子振荡存活几率为:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = \begin{cases} \sin^2 \theta_{12} & E_\nu > \sim 5 \text{ MeV} \\ 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \theta_{12} & E_\nu < \sim 2 \text{ MeV} \end{cases} \quad (1.26)$$

2002年, SNO 太阳中微子实验 [30] 使用纯重水作为靶利用式 1.21, 1.22 和 1.23 的反应探测太阳释放的电子中微子, 精确地测量了电子中微子的通量, 以及电子中微子、 μ 子中微子、 τ 子中微子通量之和, 进而证明了太阳电子中微子振荡变成了 μ 子中微子和 τ 子中微子, 解开了太阳中微子丢失之谜。

SNO 和 Super-K 等实验利用契伦柯夫光来测量中微子, 需要次级带电粒子的能量阈值较高, 通常能测量的是 ^8B 中微子, 见图 1.1。

Borexino 实验 [34] 首次用大型液体闪烁体测量太阳中微子, 能量阈值只有 50 keV, 可以测量太阳中微子中大量的 ^7Be 中微子。低能区域有较多本底, 因此实验用了超纯

的液闪，以及一些极低本底的材料来制造探测器，还采用了先进的本底屏蔽技术。此实验2007年开始取数，现在还在取数中。

1.2.5 大气中微子振实验

大气中微子实验主要测量的是 μ 中微子，其振荡几率主要取决于两个参数： θ_{23} 和质量平方差 Δm_{32}^2 。振荡存活几率公式如下：

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) \simeq 1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2(1.27\Delta m_{32}^2 L/E_\nu) \quad (1.27)$$

for $L(\text{km})$, $E_\nu(\text{GeV})$, $m(\text{eV})$

这是近似公式，忽略了 θ_{13} 影响的微小振荡。一般大气中微子能量在 GeV 量级，因此要达到振荡极大 ($1.27\Delta m_{32}^2 L/E_\nu \simeq \pi/2$)，基线选定在 10^2 km 量级；大体积的水契伦柯夫是探测较为适合，这样还可以利用不同的契伦柯夫光环来区别电子中微子和 μ 中微子。

Super-K在1998年发表实验结果 [29]，其探测器探测到的 μ 中微子数比无振荡预期的数目要少，而探测到的电子中微子数目跟振荡预期的数目一致。不仅如此，Super-K还测量到中微子数目与入射天顶角的关系，而不同的入微天顶角对应不同的基线长度。观测到的中微子数目与天顶角，即基线长度的关系与公式 1.27 的计算一致。

1.2.6 加速器中微子实验

加速器中微子是人类操控度最多的一个中微子源。经过加速的质子轰击靶，产生的 K 介子和 π 介子在衰变过程中能够产生大量的 ν_μ 中微子，目前加速器实验选择的能量大约在1~10GeV范围。加速器中微子实验有测量 $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ 过程的，也有测量 $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ 或 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 过程的。 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 过程是加速器实验的主要测量对象，其振荡几率主要取决于 θ_{13} 和 CP 相角。因此在 θ_{13} 已被大亚湾精确测量的情况下，CP相角的测量成为下一代加速器中微子实验的热点。

K2K 实验 [5] 用 12 GeV 质子打靶产生 μ 中微子，用 Super-K 探测器来接受，基线长度为120km。实验结果与公式 1.27 的预测结果一致，证实了 μ 中微子的振荡现象。

MINOS 实验 [35]利用 120 GeV 质子打靶产生的 μ 中微子。探测器是多块相互间隔的铁板和闪烁体板构成。基线长度735km.MINOS实验的中微子源的能量，基线长度和

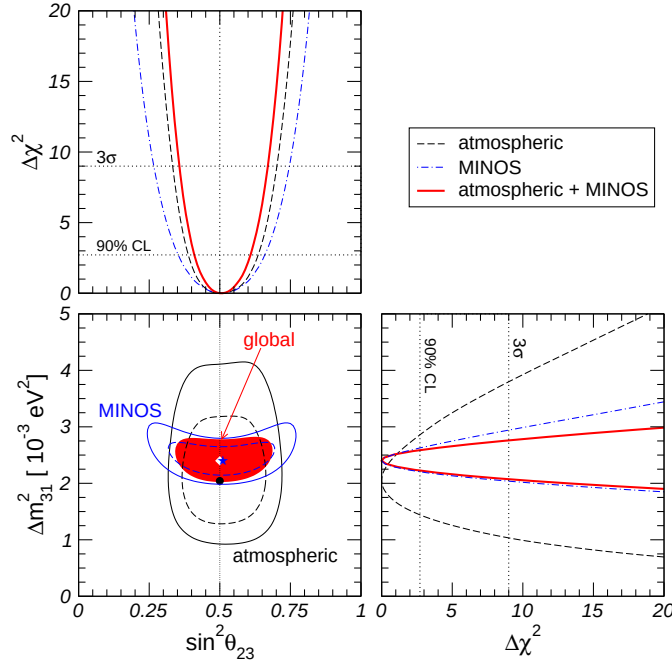


图 1.4: 大气中微子振荡参数 θ_{23} 和 Δm_{32}^2 的全局拟合的结果，实线和虚线分别表示 99.73% CL 和 99.73% CL 区域。圆点，五星号和菱形分别代表大气中微子实验，MINOS 实验和全局拟合的最优值。

探测器方式与 K2K 实验均不一样，但是同样得到了与振荡预期相符的结果，并且以更高的精度测量了大气中微子振荡参数。

综合大气中微子实验和 MINOS 实验 2008 年发表的结果 [35]，得出了振荡参数 θ_{23} 和 Δm_{32}^2 的全局拟合的结果 [8]，见图 1.4。

如上文所说，加速器中微子实验还可以通过 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 过程来测量 θ_{13} 或 CP 相角。要测量 θ_{13} ，最好在振荡极大值处，即基线长度和能量能满足 $1.27\Delta m_{32}^2 L/E \simeq \pi/2$ 。

这个过程的振荡概率公式为：

$$\begin{aligned}
P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = & 4C_{13}^2 S_{13}^2 S_{23}^2 \sin^2 \Delta_{31} \\
& + 8C_{13}^2 S_{12} S_{13} S_{23} (C_{12} C_{23} \cos \delta - S_{12} S_{13} S_{23}) \cos \Delta_{32} \cdot \sin \Delta_{31} \cdot \sin \Delta_{21} \\
& - 8C_{13}^2 C_{12} C_{23} S_{12} S_{13} S_{23} \sin \delta \sin \Delta_{32} \cdot \sin \Delta_{31} \cdot \sin \Delta_{21} \\
& + 4S_{12}^2 C_{13}^2 (C_{12}^2 C_{23}^2 + S_{12}^2 S_{23}^2 S_{13}^2 - 2C_{12} C_{23} S_{12} S_{23} S_{13} \cos \delta) \sin^2 \Delta_{21} \\
& - 8C_{13}^2 S_{13}^2 S_{23}^2 (1 - 2S_{13}^2) \frac{aL}{4E_\nu} \cos \Delta_{32} \sin \Delta_{31}, \tag{1.28}
\end{aligned}$$

其中, S_{ij} 和 C_{ij} 是正弦和余弦, δ 是 CP 相角。a 是物质效应因子,

$$a = 2\sqrt{2}G_F n_e E_\nu = 7.6 \times 10^{-5} \rho [\text{g/cm}^3] E_\nu [\text{GeV}] [\text{eV}^2], \tag{1.29}$$

其中 G_F 是费米常数, n_e 是电子的密度, ρ 是中微子穿过的地球物质密度。

由于基线长度满足 $1.27\Delta m_{32}^2 L/E \simeq \pi/2$, 公式第一项占主导, 第二项的 $\cos \delta$ 表示这项 CP 守恒, 第三项的 $\sin \delta$ 表示这项 CP 破缺, 第四项被 $\sin^2(1.27\Delta m_{21}^2 L/E) \sim 0$ 压低。

加速器还可以产生反 μ 中微子束流, 能够测量 $P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)$ 过程, 这与 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 过程的区别在于 δ 和 a 都改变符号, 其它不变。通过测量正、反 μ 中微子的振荡几率, 测量 CP 相角就成为可能。正反 μ 中微子振荡几率可得出如下公式:

$$A_{CP} = \frac{P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) - P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)}{P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) + P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)} \simeq \frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E_\nu} \cdot \frac{\sin 2\theta_{12}}{\sin \theta_{13}} \cdot \sin \delta \tag{1.30}$$

$$A_{MH} = P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) - P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = 16C_{13}^2 S_{13}^2 S_{23}^2 (1 - 2S_{13}^2) \frac{aL}{4E_\nu} \cos \Delta_{32} \sin \Delta_{31} \tag{1.31}$$

可见在 θ_{13} 已知且不太小的情况下, 是可以测量 CP 相角的。

公式 1.31 中, 当 $\Delta_{31} > 0$ 时, $A_{MH} > 0$, 此为质量等级; 当 $\Delta_{31} < 0$ 时, $A_{MH} < 0$, 此为反质量等级。只要 θ_{13} 已知且不太小, 质量等级的测量也是可能的。

可见, 通过加速器实验测量 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 过程来测量 θ_{13} , 振荡几率与 CP 相角和质量等级有关, 这使得测量 θ_{13} 的灵敏度有限。而反应堆实验不受这一影响, 因此反应堆实验是测量 θ_{13} 的较好的方案。不过在 θ_{13} 已知且不小的情况下, 加速器实验对 CP 相角和质量等级的测量就成为可能。

目前在建或在运行的加速器中微子实验有 MINOS [35]、T2K [37]、MiniBooNE [17]、NOvA [11]、OPERA [38] 和 LBNE [39] 等。

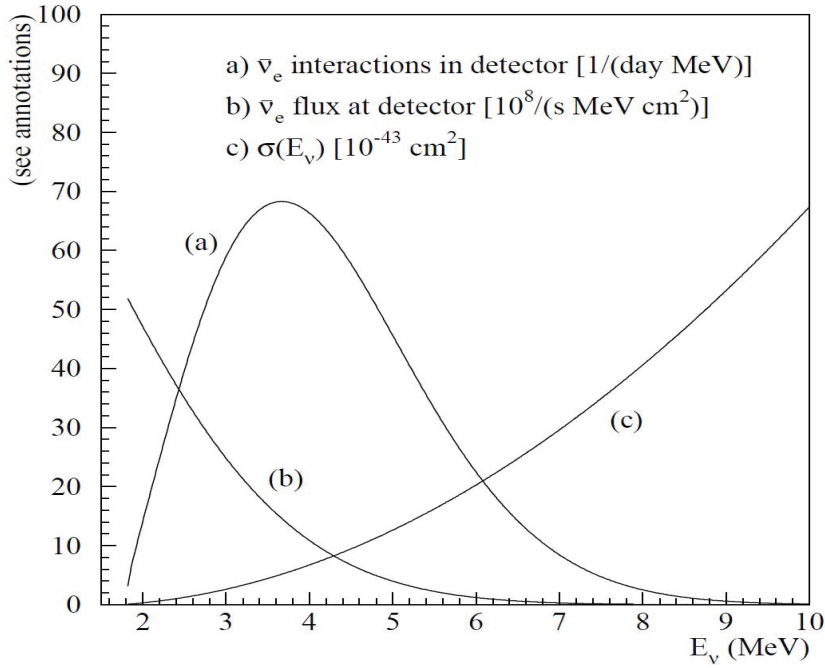


图 1.5: 反应堆中微子能谱 [40] . (a) 中微子探测器探测到的反电子中微子能谱, (b) 反应堆放出的反电子中微子能谱, (c) 反 β 衰变反应截面

1.2.7 反应堆中微子实验

反应堆内核素裂变产物发生一系列 β 衰变反应, 源源不断地产生反电子中微子。反应堆中微子的能谱如图 1.5, 反应堆中微子能量一般都在 12MeV 以下, 峰值在 3~7MeV。

反应堆中微子实验都是测量反电子中微子的振荡存活几率。通常都是用靶质子捕获反电子中微子, 发生反 β 衰变反应 (式 1.32),

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n \quad (1.32)$$

反电子中微子振荡存活几率为,

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = & 1 - \cos^4 \theta_{13} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2(1.27 \Delta M_{21}^2 (L/E)) \\ & - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2(1.27 \Delta M_{32}^2 (L/E)) \end{aligned} \quad (1.33)$$

其中 L 为基线长度, 单位 km, 反应堆中微子实验有短基线, 中基线, 也有长基线。图 1.6 展示的是历史上的反应堆中微子实验所选择的基线长度以及对应的中微子振荡存活

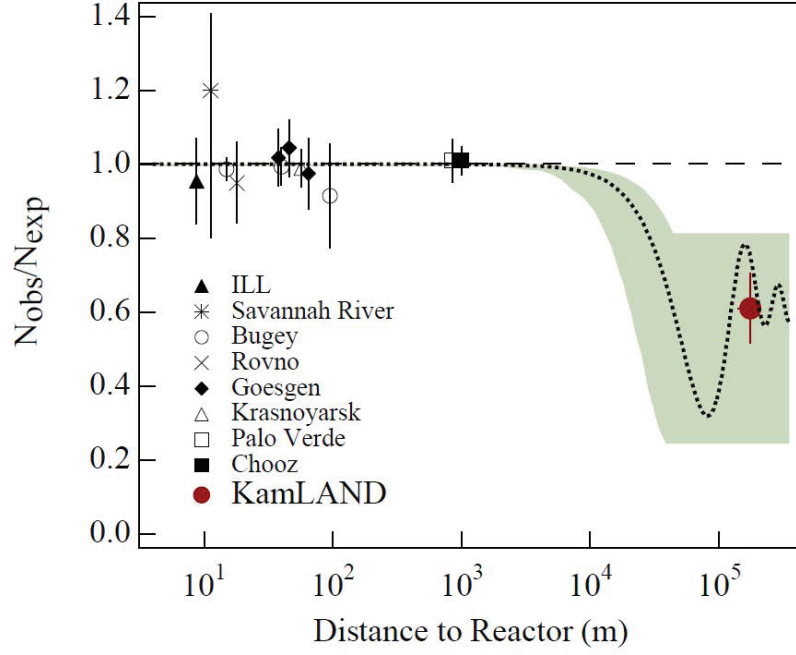


图 1.6: 历史上的反应堆中微子实验 [41]

几率。其中 KamLAND 测量的是 θ_{12} ，为长基线实验。其他一些试图探测 θ_{12} 的反应堆中微子实验都因基线、探测器质量、误差等原因未能测得理想的 θ_{12} 值。 θ_{13} 的振荡极大值较小，在接近 2km 附近，故都是短基线实验。大亚湾的远点探测器基线长度是在 1.5~2 km 范围内。JUNO 实验主要目标是测量质量等级，基线长度在 55km 附近。

在大亚湾之前，最好的 θ_{13} 结果是由 CHOOZ 给出的上限，为 $\sin^2(2\theta_{13}) < 0.17$ 。

$$\mathcal{P}(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = 1 - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2(1.27 \Delta M_{32}^2 (L/E)) \quad (1.34)$$

目前在运行的反应堆中微子实验主要有 Double CHOOZ 实验，RENO 实验，Daya Bay 实验。图 1.7 给出了这些反应堆中微子实验随着取数时间进行可以达到的灵敏度。表 1.2 给出了这三个实验的一些指标对比。

大亚湾以最快给出了 θ_{13} 不为 0 的证据 (5.2 σ 置信度)，从 2012 年以来，最好的 θ_{13} 测量结果均来自大亚湾。

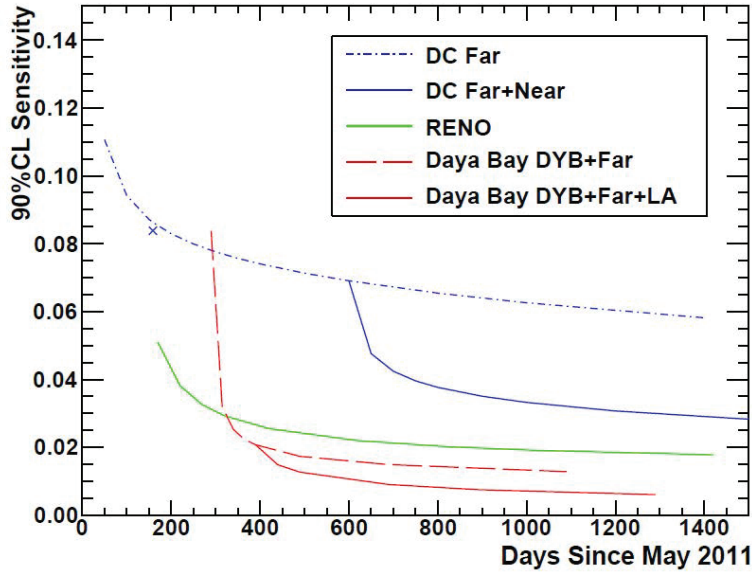


图 1.7: 近期正在进行的反应堆中微子实验结果灵敏度 [42]

1.3 中微子物理中的新问题

- 中微子有多少代，是否存在 sterile 中微子？

LEP 实验 [1] 给出：在能量 $< 45\text{GeV}$ 范围以内，只有三种味道的中微子，这三种味道的中微子全部是左旋的。Most Grand Unified Theories (MGUTs) 指出有其它的粒子和中微子混合，如果存在第四种中微子，那么它的质量将会非常大（大于 Z^0 质量的一半），或者不参与标准模型中所定义的弱相互作用。我们称这种粒子为 sterile 中微子。至于是否真的存在 sterile 中微子仍需要有力的实验证明。

- 中微子质量和质量等级？

现在只知道的中微子质量上限是 1eV ，但具体数值尚不知道。中微子振荡实验只能测出中微子质量的平方差。中微子质量等级也还是未解之谜，理论上可通过加速器中微子实验、反应堆中微子实验等来测量它。

- 中微子是 Majorana 粒子还是 Dirac 粒子？

表 1.2: 不同反应堆中微子实验的比较.

Experiments	Location	热功率 (GW)	距离 近/远(m)	山体高度 近/远(mwe)	靶质量 (tons)	sensitivity
Double Chooz	法国	8.5	400/1050	115/300	10/10	0.03
RENO	韩国	16.4	290/1380	120/450	16/16	0.02
Daya Bay	中国	11.6(17.4)	363(500)	260/910	40×2/80	0.01
/1985(1615)						

标准模型中，中微子是左旋的质量为零的 Dirac 粒子，如果中微子质量不为零，就应该存在右旋的中微子。通常，粒子和反粒子的区别反应在它们的电荷上，在 magnetic B-field 中，粒子和反粒子的运动方向相反。但是中微子不带电，如果中微子是 Majorana 粒子，那么中微子的反粒子就是其本身，当观察者的速度超过中微子时，中微子就变成反中微子，再假设反中微子就是右旋中微子，那么便可以解释这个问题。另一种解释是右旋的中微子存在，但是还没有被观测到。但是要想确定中微子是 Majorana 粒子还是 Dirac 粒子还需要进一步的实验。

- 中微子混合参数的精确值？

现在中微子振荡已经被证实，但是 6 个振荡参数中在 Daya Bay 实验，RENO 实验发表结果后还有一个半未知：CP 破坏相角 δ_{CP} 和 ΔM_{32}^2 的符号。精确测量中微子混合角对中微子物理有着重要的意义。

- 中微子带来的 CP 破缺？

CP 破缺意味着中微子和反中微子的振荡几率不一样，通过对中微子和反中微子振荡几率的测量可以得到中微子混合矩阵中的 CP 破缺项，将有希望解决宇宙中正反物质的不对称这一难题，这对人类对世界的理解有着至关重要的意义。

1.4 论文内容和结构

本论文所涉及课题是基于大亚湾反应堆反电子中微子实验的观测数据及相关信息，与合作组成员协作完成的。本文的核心内容是大亚湾反应堆中微子能谱的研究，包括预期中微子能谱的计算，观测能谱与预期能谱的比较，由观测快信号能谱反解真实中微子能谱等。

其中预期中微子能谱的计算为作者参与研究；预期中微子能谱协方差矩阵的计算为作者负责研究；观测能谱的flasher事例的研究为作者参与研究；观测能谱协方差矩阵的研究为作者负责研究；观测能谱与预期能谱的对比为作者负责研究；能谱反解方法研究以及从观测快信号能谱到中微子能谱的反解为作者负责研究。

文中：

第一章是对中微子物理的简介。文中简要回顾了中微子物理简史并介绍其基本性质，还对关于中微子的理论、实验和待解决问题进行了介绍。

第二章是对大亚湾反应堆反电子中微子实验的简介。文中介绍了大亚湾实验的目标和意义，规划、布局、探测器设计，以及大亚湾实验物理分析和最新 θ_{13} 测量成果。

第三章介绍了反应堆预期中微子能谱及相关误差。文中从大亚湾核电站概况，到反应堆中微子物理，再到影响反应堆中微子能谱的各项因素的研究等，最后得出反应堆预期中微子能谱及误差。

第四章介绍了大亚湾观测快信号能谱及其与预期能谱的直接比较。本章先是介绍了IBD事例挑选中的flasher事例的鉴别和排除，然后介绍了IBD快信号能谱及其误差，最后对观测能谱和预期能谱进行直接对比。

第五章介绍了观测快信号能谱到真实中微子能谱的转换，即能谱反解。本章先是介绍了能谱反解的意义、原理，对Bayes迭代法和SVD正规化方法进行了介绍；然后介绍了对能谱反解方法的一系列检验和研究；再然后介绍了从观测快信号能谱到真实中微子能谱的反解结果；最后介绍了利用反解所得中微子能谱进行的能谱对比研究以及通用反应堆中微子能谱研究。

第六章是对前面各章的总结以及对下一步相关研究的展望。

第二章 大亚湾反中微子实验

本章介绍大亚湾反应堆反中微子实验。内容包括实验的物理目标、意义；实验总体方案设计；探测器的设计；实验误差来源分析等。主要内容来自大亚湾反中微子实验的设计报告[23]。

2.1 实验的物理目标和意义

大亚湾反应堆中微子实验，利用反应堆源源不断地放出的反电子中微子，对中微子振荡混合角 $\sin^2 2\theta_{13}$ 进行精确测量，目标是将 $\sin^2 2\theta_{13}$ 的测量灵敏度在90%置信度下达到0.01甚至更小，这意味着测量误差要达到0.0061。要达到这样的目标，需要严格控制和研究各项本底，并且压低探测器系统误差及统计误差。对 $\sin^2 2\theta_{13}$ 的精确测量对物理学有重要意义：

- 作为中微子混合矩阵的基本参数之一，对 $\sin^2 2\theta_{13}$ 的测量本身可以帮助人类完善对粒子物理，中微子理论的认识。
- $\sin^2 2\theta_{13}$ 的大小决定了未来中微子物理的发展方向。其大小直接决定中微子混合矩阵中的CP相角大小。如果其值较大，则CP相角可以被测量，反之，则CP相角难以被测量。而CP破坏程度有可能能解开宇宙中物质与反物质不对称之谜。此外， $\sin^2 2\theta_{13}$ 的测量还有助于质量等级的研究，不管是通过加速器中微子实验还是反应堆中微子实验。
- 中微子振荡是目前唯一一个在实验上超出标准模型的物理现象。如果 $\sin^2 2\theta_{13}$ 很小或等于零，则预示着某种新物质或者新的对称性的存在。

- θ_{13} 对理解轻子与夸克的关系，乃至大统一理论都很重要。如果 θ_{13} 不是很小，则有可能在 10^{16}GeV 下实验大统一。
- 精确的 $\sin^2 2\theta_{13}$ 值，若结合其它振荡参数的精确结果，可以检验混合矩阵的幺正性等。

2.2 实验总体规划

2.2.1 实验总体设计方案

如上文所说，大亚湾实验的精度要求非常高，要在90%的置信度上达到0.01或更好的灵敏度。这就要求实验能够有较强的中微子源，较好的本底屏蔽和鉴别等。而大亚湾核电站反应堆功率强大，有17.4GW，是世界第二大反应堆群。这样的反应堆有着较高的中微子通量，满足实验要求。其次，大亚湾反应堆附件有较多的山体覆盖，将探测器安置在山底，山体岩石可以阻挡较多宇宙线，是个天然的本底屏障。得天独厚的天然条件很适合进行这样的实验。为了达到小于0.6%的误差，除了高功率的核电站和较好的山体覆盖之外，大亚湾合作组还进行了如下实验设计：

- **远近点探测器相对测量** 反应堆相关的关联误差约有2%。实验组在大亚湾反应堆和岭澳反应堆附近分别放置两个探测器，作为近点探测器；在最优基线处放置4个探测器，作为远点探测器。这样远近点相对测量，可以抵消掉来自反应堆的关联误差。
- **基线优化** 由理论计算可得出， θ_{13} 的振荡极大值在2公里附近。在这个距离探测效果是最优的。而在距大亚湾反应堆和岭澳反应堆的均为最优距离范围的地方刚好有较厚的山体岩石覆盖。故大亚湾的远点探测器安置在了这样的最优化基线。
- **多模块全同探测器** 远点4个探测器，两个近点各2个探测器，每个探测器均有20吨靶质量。多个探测器模块可以降低探测器的非关联统计性误差。同一实验大厅的探测器之间可以相互检验，提高实验可靠性。探测器均被设计为全同的，探测器所用液闪是同一批次的。这样可以很大程度上抵消探测器间非关联误差。

- **三层探测器构造** CHOOZ实验和KamLAND 实验通过拟合顶点来判选事例，但这样的误差较大。故大亚湾不通过顶点判选事例，而是采用三层结构的探测器，数事例即可。具体而言，最里层是掺钆液闪，中微子进入探测器以后和掺钆液闪的靶质子发生反应，产生正电子和中子一对快慢符合信号。中间层称为集能层，由不掺钆的普通液闪构成。这一层用来收集靶层释放的gamma光子能量沉积，提高探测的效率。最外面一层是由矿物油构成的防护层。矿物油可以屏蔽来自探测器材料的天然放射性本底，尤其是光电倍增管的放射性本底，这样就能把探测器能量阈值控制在正电子谱的阈值以下。此外，圆柱形探测器上下平面贴上反向膜，这样可以提高光电倍增管对光的接收效率，提高能量精度。
- **宇宙线屏蔽和判别** 反应堆中微子实验是低本底实验，需要排除宇宙线的干扰。除了通过岩石屏蔽大量宇宙线之外，大亚湾还在中心探测器上方安置阻性板探测器（RPC），并且在中心探测器外是水契伦科夫探测器。RPC探测器和水契伦科夫探测器组成宇宙线 μ 子反符合系统。这一系统对 μ 子的探测效率大于99.5%。RPC探测器可以标记宇宙线 μ 子，而围绕在中心探测器周围至少2.5米厚的纯水组成的水契伦科夫探测器，除了可以标记 μ 子信号，还能屏蔽掉大部分宇宙线在岩石中产生的中子及天然放射性本底。而 μ 子本底可通过反符合系统时间关联去除掉。

2.2.2 实验布局和基线优化

大亚湾核电站建在中国南海岸边，附近多山，有大亚湾反应堆2个和岭澳反应堆4个，总功率约17.4GW，是世界第二大反应堆群。强大的功率和良好的山体覆盖为大亚湾实验提供了优良的实验条件。反应堆反电子中微子实验通过测量反电子中微子的振荡存活几率来测量 θ_{13} ，振荡存活几率公式可以写为：

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) &= 1 - P_{13} - P_{12} \\ &\simeq 1 - \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E_\nu} - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E_\nu} \end{aligned} \quad (2.1)$$

在基线长度 $L \simeq 2 \text{ km}$ 的时候， P_{13} 占主导，在基线长度 $L \simeq 60 \text{ km}$ 的时候， P_{12} 占主导。

图 2.1 为振荡几率与基线长度的关系。大亚湾要测量的是 θ_{13} ，因此选择的远点基线长度为约1800km.即 P_{13} 项的振荡极大值处。此时 P_{12} 的振荡效应可以忽略。

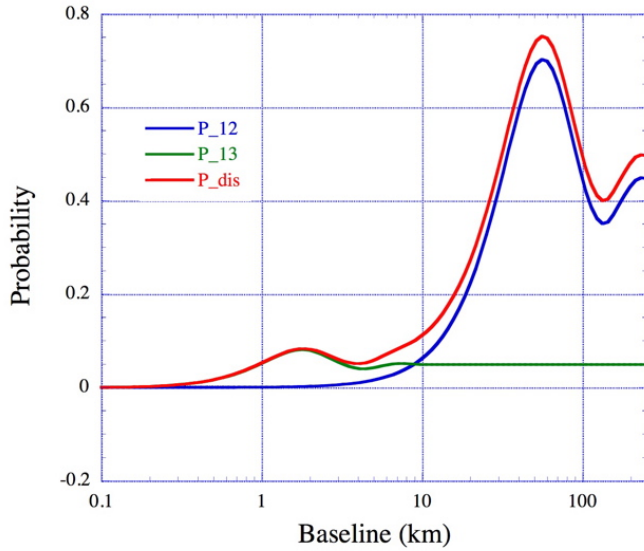


图 2.1: 反应堆中微子的消失几率随基线长度的变化关系。图中第一个振荡峰由 2.1 式中 P_{13} 项引起，第二个振荡峰由 P_{12} 项引起。

除了在振荡极大值处安置4个远点探测器，大亚湾实验组还在大亚湾反应堆和岭澳反应堆附近各安排了两个近点探测器，用于探测未振荡的中微子，以实现远近点相对测量，抵消反应堆的非关联误差。图 2.2 为大亚湾实验的布局图，图中显示了反应堆群和探测器的相对位置。在基线安排上综合考虑了以下几点：

- 1) 让远点在最优基线长度附近，使 P_{13} 项达到振荡极大；
- 2) 探测器上方要有足够的岩石覆盖，以屏蔽宇宙线本底。；
- 3) 远近点合理安置，尽可能地抵消反应堆的非关联误差。

表 2.1 中是各实验点相关信息，包括基线长度、岩石覆盖、本底、事例率和信噪比等。

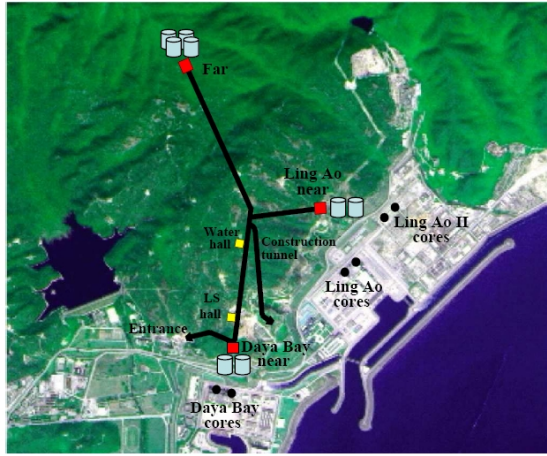


图 2.2: 大亚湾实验布局。近远点探测器放置在山腹中的实验厅内，由水平隧道相连。

表 2.1: 各实验点的中微子探测器模块的事例数和信噪比

	大亚湾近点	岭澳近点	远点
基线长度	363m	距岭澳反应堆481m 距岭澳-II反应堆526m	距大亚湾反应堆1985m 距岭澳反应堆1615m
岩石覆盖 (m)	98	112	350
天然放射性 (Hz)	< 50	< 50	< 50
μ 子计数率 (Hz)	36	22	1.2
反中微子事例数 (个/天)	930	760	90
偶然符合与中微子事例的信噪比 (%)	< 0.2	< 0.2	< 0.1
快中子本底与中微子事例的信噪比 (%)	0.1	0.1	0.1
^8He 和 ^9Li 本底与中微子事例的信噪比 (%)	0.3	0.2	0.2

2.3 探测器设计

大亚湾实验每个实验站的探测器由两部分构成，一部分是中心探测器，用来探测反应堆反电子中微子；另一部分是反符合系统，用来探测宇宙线本底的 μ 子探测器。反符合系统由两个独立的探测器组成，它们是 RPC 探测器和水契伦柯夫探测器，可以形成 μ 反符合信号并确定 μ 子探测效率。契伦柯夫探测器以纯净水作为作为介质，不仅可以探测宇宙线 μ 子，还可以起屏蔽本底的作用。中心探测器置于水契伦柯夫探测器的水中，如图 2.3 所示。远点有四个中心探测器，两个近点各有两个中心探测器。

2.3.1 中心探测器

中心探测器内装有掺钆液闪，含有大量靶质子。中微子进入后被靶质子捕获，发生反 β 衰变反应，进而可以形成反电子中微子被探测的信号：

$$\bar{\nu}_e + p \longrightarrow e^+ + n \quad (2.2)$$

反应生成一个正电子和一个中子，一快一慢符合信号。中子质量较大， e^+ 带走几乎全部动能并与电子湮灭，总能量沉积为 1.8 MeV 到 12 MeV，此过程在反 β 衰变反应发生后几纳秒内完成，称为快信号。中子经过约 28 μs 的特征时间后被 Gd 俘获并放出总能量约 8 MeV 的 γ 光子，称为慢信号。快慢信号的时间关联关系可以有效排除本底并确定中微子事例。基于这些特征，我们在一定能量范围和时间范围内挑选反 β 衰变反应（IBD 反应）快慢信号符合事例：

- 1) 快慢信号符合时间 1 – 200 μs ;
- 2) 快信号能量 0.7-12 MeV，慢信号能量 6-12 MeV。

大亚湾中心探测器为三层同心圆柱结构（如图 2.4 所示）。

I 层是掺 Gd 0.1% 的液体闪烁体，用于探测中微子的有效靶质量 20 吨。用掺 Gd 的液闪比普通液闪有以下两个好处：

1. 中子俘获时间常数可以由在 H 上俘获的 $\sim 200 \mu\text{s}$ 减少到含 Gd 0.1% 液闪的 $\sim 30 \mu\text{s}$ ，这样大大缩短了快慢信号的时间间隔，可以减少偶然符合本底。
2. 中子俘获释放的能量由在 H 上俘获放出 2.2 MeV 的 γ 光子变为在 Gd 上俘获的 8

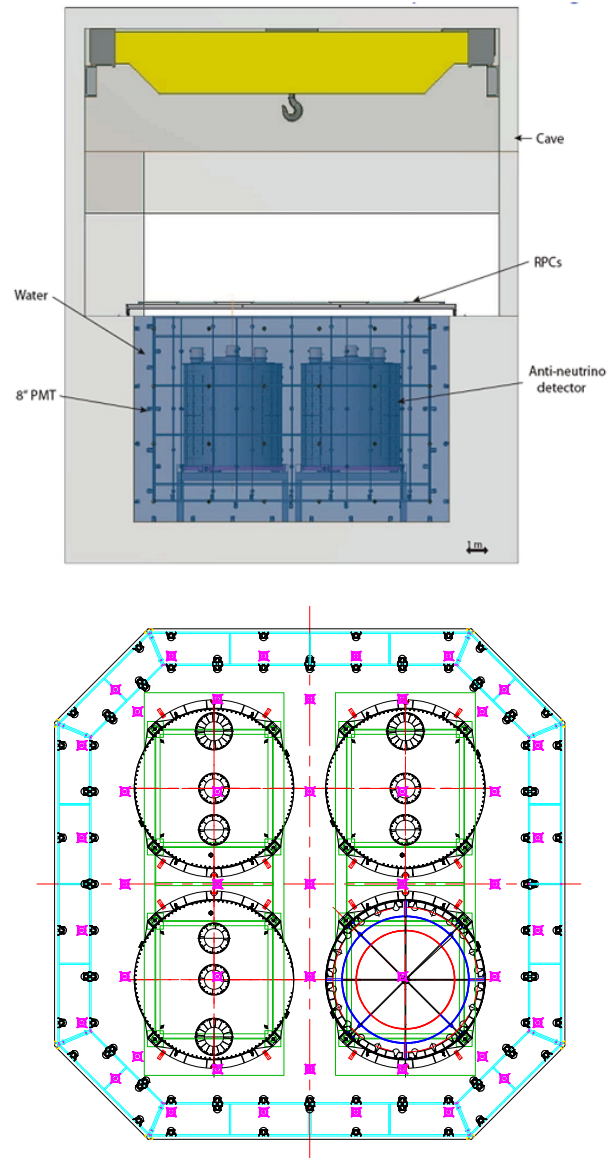


图 2.3: 大亚湾探测器远点实验厅示意图, 上图为水平视图, 下图为俯视图。四个中心探测器模块都置于水池中, 上下与四周均被被 2.5 m 以上的水包围以屏蔽本底。在水池中放入光电倍增管做水契伦科夫探测器, 水池顶部是 RPC 探测器。水契伦科夫探测器和 RPC 探测器构成完整的反符合系统。

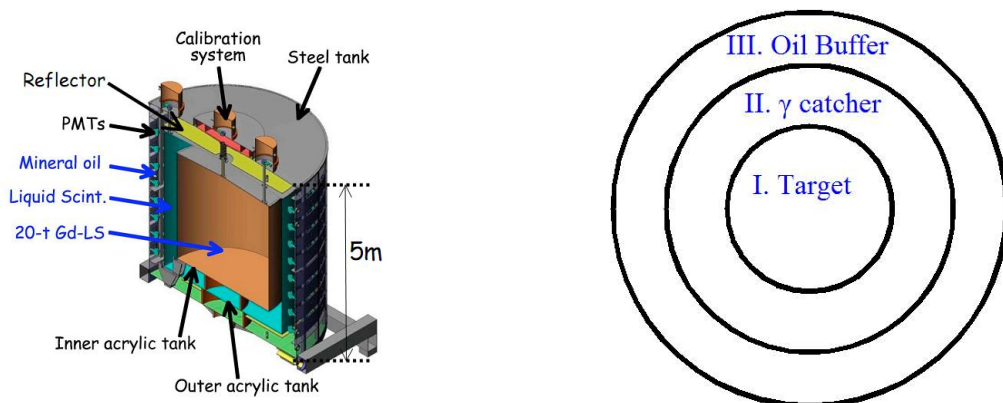


图 2.4: 左图是大亚湾中心探测器剖面图，为直径5米，高5米的圆柱。分内、中、外三层。内层为靶层，里面是掺钆液闪，用于捕获中微子、产生并吸收信号。中层为集能层，为不掺钆液闪，用于沉积靶层中溢出的光子信号。外层为防护层，里面是矿物油，用于屏蔽探测器外部，比如光电倍增管等的放射性本底。探测器顶端的三个小圆柱是刻度系统。探测器顶、底面是反射板，用于增加光子吸收效率。右图是中心探测器三层介质的示意图。

MeV的 γ 光子，这个能量远高于天然放射性本底信号的能量，可以大大减少本底的事例率，增加信噪比。

II区是集能层，内装普通液，用来辅助收集掺钆液闪层产生的 γ 光子沉积的能量，提高探测效率同时减小探测效率的误差。

III区是防护层，内装矿物油，用来屏蔽由于光电倍增管玻璃和不锈钢罐或其它组成材料中可能的天然放射性本底。

每个探测器有 192 个光电倍增管安装探测器钢罐内壁上，排列为 8 圈24列，面朝液闪区，由矿物油将其与集能层隔开。光阴极有效覆盖率约为 12%，用于接收来自灵敏探测区来的闪烁光和契伦柯夫光。探测器上下平面安装反射板，在减少光电倍增管（成本）的前提下，增加光的有效收集，保证足够的探测效率。

表 2.2 中是大亚湾实验对中心探测器的物理性能要求。

2.3.2 反符合探测器的设计

中微子与物质反应截面很低，而大亚湾实验目标是高精度，因此需要低本底。主要

表 2.2: 大亚湾中心探测器的物理性能要求

指标	性能要求
靶质量/模块	≥ 20 吨
靶质量精度	$\leq 0.2\%$ 且精确获知C/H比
能量分辨率	$15\%/\sqrt{E}$
探测效率误差	$< 0.2\%$
能量阈值	≤ 1 MeV, 对所有能量范围 e^+ 信号
放射性本底计数率	≤ 100 Hz
时间分辨率	≤ 25 ns

的本底来自于宇宙射线产生的 μ 子及其次级粒子。故探测器放置在有较厚岩石覆盖的地下以屏蔽宇宙线 μ 子。然而, μ 子穿过实验厅周围的岩石时会发生核散裂, 产生一系列次级粒子, 而且实验厅周围的岩石会释放出大量的 γ 光子, 所以大亚湾用 2.5 m 厚的水包围中心探测器, 从而把这两种事例产生的本底减少到最小。能量在 1-2 MeV 左右的 γ 光子穿过 50 cm 的水后, 其流强衰减到之前的 1/20, 因此经过 2.5 m 的水屏蔽层后, 来自岩石的 γ 光子的流强就只有原来的三百万分之一。水还能有效地屏蔽在水池外产生的中子。此外, 水屏蔽层还将中心探测器与空气隔绝开来, 以降低空气中的氡气带来的本底。水契伦科夫探测器和探测器上方的RPC探测器组成的反符合系统, 可以标记 μ 子事例。对穿过探测器的 μ 子开一个 200 μ s 的反符合时间窗, 对于产生了簇射的 μ 子反符合时间窗为 0.5 s。这样就可以剔除 μ 子事例及其次级粒子本底。

反符合探测器的实验设计如图 2.3所示, 中心探测器模块被浸置在装有约 2000 吨纯水的水池中, 中心探测器模块之间被至少 1 m 厚的水分开。近点水池为八角形, 尺寸是 16 m $\times$ 10 m $\times$ 10 m; 远点水池为八角的形, 尺寸是 16 m $\times$ 16 m $\times$ 10 m, 中心探测器模块距池壁的距离最少为 2.5 m。水屏蔽层被不锈钢钢架结构上的 Tyvek 反射膜分隔, 且钢架结构上按空间位置均匀分布安装了适当数量的光电倍增管 (PMT 覆盖率 0.8%), 构成了内层、外层水契伦科夫探测器。水池的外层和底部的水均厚 1 m。内、外两层水

契伦科夫探测器联合探测穿过水池的 μ 子。根据 Super-K 和 KamLAND 的经验，基于 Geant4 的模拟计算，每层的探测效率都可以达到 95%，且可以相互校验。水池顶部放置四层 RPC 探测器，通过四选三的逻辑鉴别 μ 子。RPC 探测器在各个方向上都比水池多向外延伸 1 m 以减少水池边缘的侧向覆盖空隙，同时能够分析 μ 子与周边岩石相互作用产生的本底。两层水契伦科夫探测器与 RPC 探测器相组合成为反符合系统，联合探测器效率都可达到 99.5% 以上，误差小于 0.25%。三种独立的反符合探测器还可以互相检验，确定各自的探测效率。

大亚湾实验对反符合系统性能的要求如下，表 2.3。

表 2.3: 大亚湾实验的对反符合系统性能的要求

对宇宙射线 μ 子的联合探测效率 $\geq 99.5\%$
对宇宙射线 μ 子的联合探测效率的不确定度 $\leq \pm 0.25\%$
随机符合的死时间 $\leq 25\%$ ，避免影响系统的统计精度
随机符合的死时间的不确定度 $\leq \pm 0.05\%$
空间分辨率为 0.5-1 m
水契伦科夫和 RPC 探测器的时间分辨率分别为： $\pm 2\text{ ns}$ ， 25 ns
水屏蔽层的厚度不小于 2 m

2.4 大亚湾物理分析

2.4.1 刻度与探测器响应

光电倍增管的增益是使用 LED 来刻度的。对每一路 ADC 进行刻度，可得到单光子对应的 ADC 并将结果保存到数据库中用于物理分析。

中心探测器(AD)是通过 ACU 中的三个源进行的。三个源 ^{241}Am - ^{13}C / ^{60}Co ，沿着 AD 的竖直方向进行扫描。AD 的刻度每周进行一次。通过 ^{60}Co 能谱可以得到 AD 的非均匀性的修正函数。对比不同刻度源在 AD 中的能量响应，可以研究能量的非线性效

应。此外，宇宙线 μ 子产生的 spallation 中子和天然放射性在液闪中产生的 α 也可以用来对 AD 进行刻度，并监测 AD 的稳定性。

2.4.2 IBD 事例的挑选

典型的 IBD 事例选择步骤和条件如下：

1. flasher cut :去掉由于 PMT base 发光带来的事例。
2. 正电子快信号能量: $0.7 < E_p < 12.0 \text{ MeV}$
3. 中子俘获慢信号能量: $6.0 < E_d < 12.0 \text{ MeV}$
4. 快慢信号的时间窗: $1 < \Delta t < 200 \mu s$
5. μ 子事例的 veto : 如果 $t_d - t_{\mu_{WS}} < 600 \mu s, t_d - t_{\mu_{AD}} < 1000 \mu s$ 或者 $t_d - t_{\mu_{sh}} < 1 s$ 快慢符合信号将会被反符合掉。
6. 多重度挑选: 多重度挑选要求在快信号之前 $200 \mu s$ 以及慢信号之后 $200 \mu s$ 没有能量大于 0.7 MeV 的信号。

这里 E_p 是快信号能量, E_d 是慢信号能量, $\Delta t = t_d - t_p$ 是快慢信号之间的时间差。远点每个 AD 的 IBD 事例率见表 2.4, 图 2.5 给出了三个实验大厅的 IBD 事例率。

2.4.3 本底

大亚湾是通过观测反 β 衰变反应中产生的正电子和中子一快一慢相关联的符合信号来观测中微子的。由此可将本底分为关联本底和非关联本底。关联本底两个信号来自同一个源, 这样就会产生快慢符合的假事例, AmC 源本底就是如此。非关联本底没有这一特征。下面依次介绍几种主要本底:

偶然符合本底 非关联本底。两个偶然本底信号有可能会组成一快一慢的符合信号, 从而被误判为 IBD 事例。

快中子本底 关联本底。高能 muon 穿过岩石和到达探测器的过程中产生快中子。快中子可能会在探测器中产生一个反冲质子。中子和反冲质子在探测器中被捕获, 可能形成一对快慢信号, 从而被误判为足 IBD 事例。

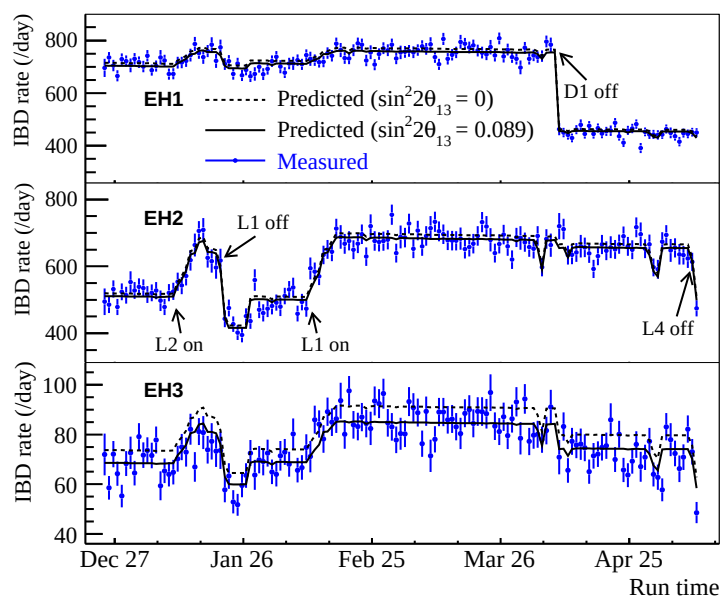


图 2.5: 在三个实验大厅中测量到的平均每天每个AD的IBD事例率是时间的函数, 图中把它和预测的非振荡的反应堆中微子预测流强进行了比较. 其中事例率的变化是由于反应堆的停止运行造成的。

${}^9\text{Li}/{}^8\text{He}$ 本底 关联本底。来自muon次级粒子 ${}^9\text{Li}/{}^8\text{He}$ 的 $\beta - n$ 级联衰变的产物。

(α, n) 本底 关联本底。液闪中的天然放射性 ${}^{238}\text{U}$, ${}^{232}\text{Th}$, ${}^{227}\text{Ac}$ 以及 ${}^{210}\text{Po}$ 衰变的 α 发生 ${}^{13}\text{C}(\alpha, n){}^{16}\text{O}$ 核反应形成符合信号。

AmC 中子本底 关联本底。中心探测器顶部的自动刻度装置中的 AmC 源会产生 0.5 Hz 的中子。中子在钢罐上发生非弹性散射，并在 Fe、Cr、Mn 等金属核上的俘获，进而产生 γ 光子。散射和俘获的信号可能都进入AD被探测到，形成快慢符合信号，进而被误判为IBD事例。

2.4.4 探测效率与误差

大亚湾通过远近点相对测量，可以抵消掉关联误差，包括绝对效率误差。但探测效率及其误差的研究也是有必要的，一方面是为了更好地理解探测器，一方面是可以用于预期能谱的计算、绝对快信号能谱总误差的计算等。

探测器的相关误差和效率见表 2.4

其中快慢信号能量、俘获时间、Gd 俘获效率和 Spill-in 效应利用蒙卡进行了模拟，而 μ 子的挑选效率、多重度挑选和活时间选用数据进行了分析。非关联误差的计算不受蒙卡模拟的影响。

	效率	关联	非关联
靶质子数		0.47%	0.03%
Flasher 挑选	99.98%	0.01%	0.01%
慢信号能量挑选	92.7%	0.97%	0.12%
快信号能量挑选	99.81%	0.10%	0.01%
俘获时间挑选	98.70%	0.12%	0.01%
钐俘获比例	84.2%	0.95%	0.10%
Spill-in	104.9%	1.50%	0.02%
合计	80.6%	2.1%	0.2%

表 2.4: 绝对效率，关联误差和非关联误差：在远近点相对测量中绝对效率和关联误差被抵消，只有非关联误差会对 θ_{13} 测量产生影响。

	AD1	AD2	AD3	AD4	AD5	AD6
IBD 候选	101998	103137	93742	13889	13814	13645
DAQ 活时间(天)	190.989		189.623		189.766	
ϵ_μ	0.8234	0.8207	0.8576	0.9811	0.9811	0.9808
ϵ_m	0.9741	0.9745	0.9757	0.9744	0.9742	0.974
偶然符合(/天)	9.53 $\pm$ 0.10	9.29 $\pm$ 0.10	7.40 $\pm$ 0.08	2.93 $\pm$ 0.03	2.87 $\pm$ 0.03	2.81 $\pm$ 0.03
快中子(/天)	0.78 $\pm$ 0.12	0.54 $\pm$ 0.19		0.05 $\pm$ 0.01		
$^9\text{Li}/^8\text{He}$ (/AD/天)		2.8 $\pm$ 1.5	1.7 $\pm$ 0.9		0.27 $\pm$ 0.14	
$^{13}\text{C}(\alpha, \text{n})^{16}\text{O}$ (每天)	0.08 $\pm$ 0.04	0.07 $\pm$ 0.04	0.05 $\pm$ 0.03	0.05 $\pm$ 0.03	0.05 $\pm$ 0.03	0.05 $\pm$ 0.03
IBD 事例率(/天)	652.38 $\pm$ 2.58	662.02 $\pm$ 2.59	580.84 $\pm$ 2.14	73.04 $\pm$ 0.67	72.71 $\pm$ 0.67	71.88 $\pm$ 0.67

表 2.5: 6AD时期, 217天的信号和本底总结: 本底和IBD 事例率被 $\epsilon_\mu \cdot \epsilon_m$ 效率所修正.

2.4.5 物理成果

2012年3月8日，大亚湾合作组向世界宣布了首个 θ_{13} 测量结果，几天后相关论文发表在PRL上。大亚湾实验分析了6个AD，55天的数据，发现在5.2倍 σ 的置信度下测得 θ_{13} 不为零。这是人类首次获得 θ_{13} 不为零的证据。

此后，大亚湾6个探测器取数到2012年夏天，共收集了217天的数据。本论文中能谱相关的所有研究都是基于这一时期的数据。

2012年夏天，大亚湾取数暂停，实验组分别在岭澳近点和远点大厅增加一个探测器，至此，大亚湾进入8AD时期。近点4个AD（大亚湾近点和岭澳近点各两个）远点4个AD。

2012年秋天，大亚湾8个AD开始取数。

在2014年6月的Neutrino 2014国际会议上，大亚湾公布了最新的实验成果。其中使用了6AD时期的217天的数据和8AD时期404天，共621天的数据。

图 2.6 是远点近实验厅快信号能谱的比较。

图 2.7是分析得到的 $\sin^2 2\theta_{13} \sim \Delta m_{ee}^2$ 值在68.3%,95.5%和99.7%置信度下的允许分布范围。 $\sin^2 2\theta_{13}$ 和 Δm_{ee}^2 的最佳拟合值分别是 $\sin^2 2\theta_{13} = 0.084 \pm 0.005$ ， $\Delta m_{ee}^2 = 2.44_{-0.11}^{+0.10} \times 10^{-3} eV^2$ 。拟合得卡方值为 $\chi^2/NDF = 134.7/146$ 。 $\sin^2 2\theta_{13}$ 的误差为6%，这是目前为止对 $\sin^2 2\theta_{13}$ 最精确的测量结果，也是三个混合角中最精确的。 Δm_{ee}^2 的测量结果与目前可比较的 μ 中微子消失实验的结果高度吻合。

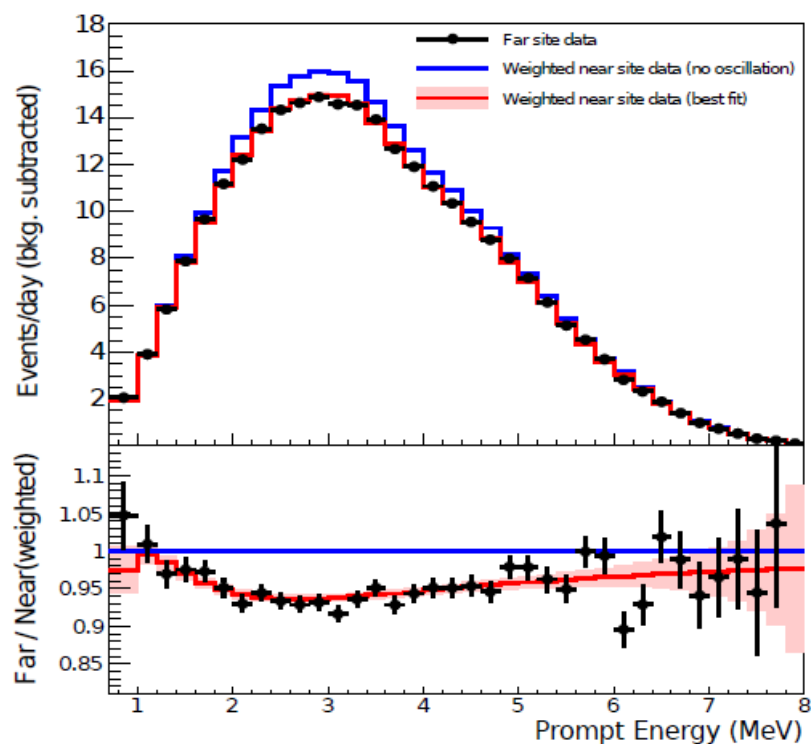


图 2.6: 上图是绝对能谱归一化后比较。黑点是远点的观测能谱；蓝线是近点观测数据在无振荡假设下在远点的预期能谱；红线是近点观测数据在事例率和谱形分析的最佳拟合下在远点的预期能谱。下图是远点观测能谱同无振荡预测能谱的比值。

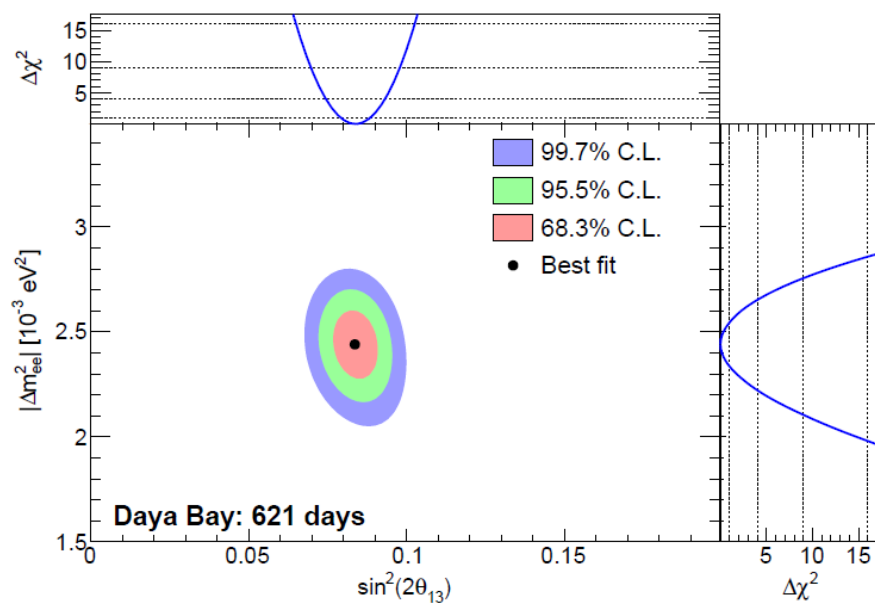


图 2.7: $\sin^2 2\theta_{13}$ vs Δm_{ee}^2 在68.3%,95.5%和99.7%置信度下的允许分布范围。

第三章 中微子预期能谱及相关误差

反应堆中微子能谱及其误差的估计对大亚湾反中微子实验有重要价值。首先，在 θ_{13} 的研究中，反应堆相关误差是三大误差来源之一，要作为 χ^2 函数的输入项输入，而预期中微子能谱是拟合的初值。其次，预期中微子能谱可以用来和大亚湾观测能谱对比，以检验预期模型是否准确。第三，预期中微子能谱及其误差的研究有助于我们了解反应堆中微子相关原理和信息。

3.1 大亚湾核电站简介

大亚湾核电站反应堆群位于中国南海边，广东省深圳市东部的大鹏半岛。反应堆群有三个区，大亚湾核电站、岭澳核电站和岭澳二期核电站。岭澳区大约在大亚湾区以东1.1千米，岭澳二区大约在岭澳区以东400米。每个区各有两个相同的相距约88米的反应堆堆芯，每个堆芯在正常运行时可产生约2.9GW的功率，六个堆芯一共可产生约17.4GW的功率，是世界第二大反应堆群。

大亚湾核电站采用的是压水堆，其功率系统如图 3.1 所示。加压的轻水位于安全壳中央，用作慢化剂和冷却剂。图中红色部分为第一循环，蓝色部分为第二循环。第一回路和第二回路是各自封闭和相互独立的，这样可以保证第一回路中有放射性的水不会外泄。每个压水堆的堆芯连接三个相同的，彼此独立的蒸汽发生器。

每个堆芯都包含157个核燃料组件，这些燃料组件固定在反应堆压力容器的格架里面。一循环回路中的高压水填满了反应堆的压力容器。核燃料裂变的过程释放热量，这些水就吸收了这些热量，温度和压力随之升高。热量被水送到三个蒸汽发生器的U形管中。这些U形管浸泡在二回路循环水中，一循环回路的水携带的热量在这里被传递给

表 3.1: KME 系统与SAPEC系统对堆芯功率的计算结果比较(95%置信度)

反应堆功率测量/MW				
	实验一	实验二	实验三	实验四
KME系统	2897.1	2904.4	2908.9	2906.9
SAPEC系统	2896	2903	2907	2906
绝对误差	1.1	1.4	1.9	0.9
相对误差	0.04%	0.05%	0.07%	0.03%
KME系统	0.48%	0.48%	0.48%	0.48%
SAPEC系统	0.45%	0.45%	0.45%	0.45%
误差分析结果				
KME系统	0.48%	0.48%	0.48%	0.48%
SAPEC系统	0.45%	0.45%	0.45%	0.45%

了二循环回路的水。后者蒸发变成饱和蒸汽, 这些饱和蒸汽流到汽轮机并推动汽轮机发电。水泵将得到冷却的二循环回路的水抽回到压力容器中进行下一个循环。

此外, 一回路的循环水有少量的硼, 硼可以起到中子吸收剂的作用。在燃料循环过程中, 硼的浓度将会逐渐降低, 而这可以补偿由于燃料消耗带来的功率下降, 有助于将功率在整个燃料循环期间维持在一个相对固定的水平。

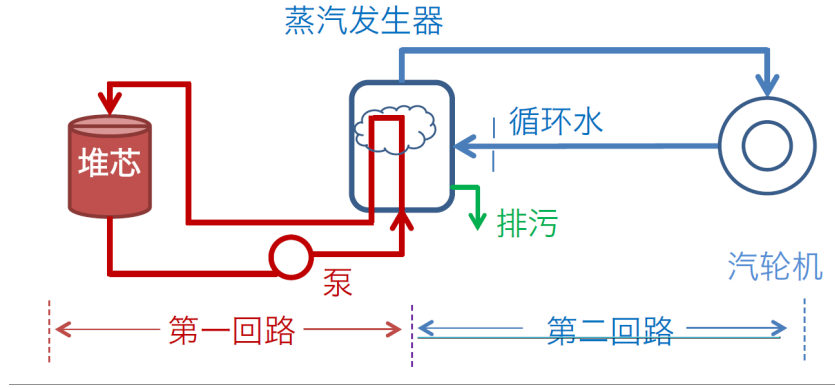
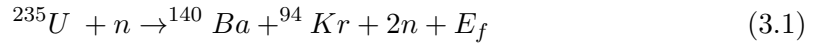


图 3.1: 压水堆功率系统

3.2 反应堆中微子物理

反应堆是产生、维持和控制链式核裂变反应的装置。如上一节中介绍的，在裂变过程中以一定功率释放的热量，由冷却剂导出，再由蒸汽发生器将热量传递出去，热量产生蒸汽，蒸汽驱动汽轮机发电。

用中子轰击重核会使得重核发生裂变，成为两个质量差不多的裂变碎片，裂变过程通常会释放几个中子。能够被中子诱发裂变的核素称为易裂变核素。如果易裂变核素体积和密度达到临界点以上，就可以发生自持的链式裂变反应。以 ^{235}U 为例，其典型裂变如下：



裂变碎片会进一步发生 β 衰变反应，产生反电子中微子：



反电子中微子在传播的过程中可能发生中微子振荡，到达探测器后，与靶质子发生反 β 衰变反应被捕获到，如式 3.3 所示：



在反应堆中，几种核素贡献了绝大多数能量，也释放了绝大多数中微子，其中 ^{235}U 、 ^{238}U 、 ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 贡献了99%以上。堆芯释放的中微子数与核素的裂变数目成正

比，单位时间释放的中微子数与裂变率成正比。每一次裂变平均释放6个中微子.因此要研究反应堆中微子流强、能谱及其随时间的演化，就要弄清楚堆芯中核素的裂变率、核素随时间的演化等。

反应堆在单位时间释放的中微子的能谱，可以表示为：

$$S(E) = \sum_k f_k \cdot S_k(E_i) \quad (3.4)$$

其中k为核素的编号， E_i 为能量， f_k 为核素k的裂变率， $S_k(E_i)$ 为核素k在单位时间释放的反电子中微子能谱，可以通过实验或理论计算获得，目前 ^{235}U 、 ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 的能谱广泛使用的是ILL实验间接测量的结果，而 ^{238}U 的能谱是通过理论计算获得，下文会再作介绍。

从上式可知，要知道反应堆中微子能谱，除了要知道核素能谱之外，还要知道各核素的裂变率 f_k 。为此，我们需要知道反应堆总的裂变率F以及单位时间内堆芯裂变次数中每种核素所占的比例，后者被称为裂变份额，此处表示为 α_k 。设反应堆功率为W，每次裂变释放的平均能量为 E_f ，则堆芯的平均裂变率为：

$$F = \frac{W}{E_f} \quad (3.5)$$

反应堆功率W可以测量得到，而堆芯平均每次裂变释放能量 E_f 需要通过各种主要核素的每次裂变释放能量 e_k 和裂变份额 α_k 来求得：

$$E_f = \sum_k \alpha_k \cdot e_k \quad (3.6)$$

由上两式，可将裂变率F表示为：

$$F = \frac{W}{\sum_k \alpha_k \cdot e_k} \quad (3.7)$$

每次裂变释放能量 e_k 可以测量得到，而裂变份额可以通过堆芯模拟得到。综合以上几式，可以将反应堆释放的中微子能谱表示为：

$$S(E) = \frac{W}{\sum_k \alpha_k \cdot e_k} \sum_k \alpha_k \cdot S_k(E_i) \quad (3.8)$$

这就是反应堆释放的反电子中微子的能谱。可见它和反应堆功率、核素能谱、核素裂变份额、核素每次裂变释放能量等因素有关。要得到反应堆中微子能谱，先要获得这些信息。

3.3 反应堆中微子能谱

在上一节中我们推导出了反应堆中微子能谱的公式 3.8，在这一节我们来研究影响公式中的每一项，进而确定出反应堆中微子预期能谱。

3.3.1 反应堆功率

对核电站的运行来说，堆芯功率的测量和控制是很重要的。如果测量偏低，会使堆芯实际功率偏高，这可能会引发事故；如果测量值偏高，会使实际值偏低，影响经济效益。

如上一节中介绍的，反应堆中的重核受中子激发裂变为裂变碎片并释放几个中子，裂变碎片发生一系列 β 衰变，放出中微子。式 3.14 就是 ^{235}U 典型的裂变反应，其裂变能量约为 207MeV，裂变产物各部分的能量分配如表 3.2 所示。

表 3.2: ^{235}U 的裂变能量.

释放能量形式	释放能量/MeV
裂变碎片动能	168
裂变碎片 β 衰变	8
裂变碎片 γ 射线	7
中微子	12
瞬发 γ 射线	7
裂变中子动能	5
总能量	207

从表 3.2 中可以看出，裂变释放的绝大部分能量为裂变碎片的动能，这部分能量几乎全部转化为热能。 β 射线、 γ 射线和裂变中子动能等基本上都会被堆芯内的材料吸收，最终转化为热能；只有中微子的能量不能被吸收，被带出堆芯外。

堆芯功率测量方法和系统

基于反应堆的运行原理以及核素裂变过程原理，堆芯功率可以通过核方法或热方法来测量。

1. **核方法** 假设在泄漏到堆芯外的中子通量与堆芯功率成正比。在反应堆外部安置中子探测器模块测量泄漏的中子通量，进而推算出堆芯功率。
2. **热方法** 如上文分析，堆芯中核素裂变释放的能量，除了中微子带走的一小部分之外，别的几乎都被吸收并以热量的形式被带走。压水堆中，堆芯的热量被一循环回路带到热交换器，在此传递给二循环回路，二回路中的水吸热成为饱和蒸汽，推动汽轮机发电。热平衡法就是测量循环回路的工作介质的热量，并考虑到内部热量的损失，进而得出堆芯释放的能量。

大亚湾核电站采用了三套系统来测量反应堆堆芯功率，它们是RPN系统, KME系统和KIT/KDO系统。其中RPN系统用的是核测量方法，可以快速反应出反应堆总体功率的大致变化，但偏差较大。故大亚湾实验的物理分析中不采用这个系统的数据。大亚湾实验采用 KIT/KDO 系统来估计功率，而 KIT/KDO 系统需要借助KME系统估计误差，下面我们对这几个系统稍作介绍。

- RPN 系统

RPN系统用的是核测量方法，布置四个探测器在反应堆周围来检测中子通量并转化为功率。这个系统可以快速的反映出反应堆的总体功率和大致的功率变化。这个系统的偏差较大，因此在大亚湾实验中不采用这个系统的数据进行物理分析。在大亚湾，它主要被用来实时监测功率，以保证反应堆的正常运行。在核燃料燃烧期间，堆芯中燃料含量会随时间发生变化，中子能谱也会相应变化，RPN系统的测量会因此而产生偏差。因此，每天都会用更加精确的KIT/KDO 系统对其进行核对、较准。一旦相对偏差超过1.5% 的满功率数，就要调整RPN 系统的参数使之和KIT/KDO 系统保持一致。

- KME 系统

KME系统和KIT/KDO系统都是大亚湾基于热平衡原理的热方法测量系统。不同的

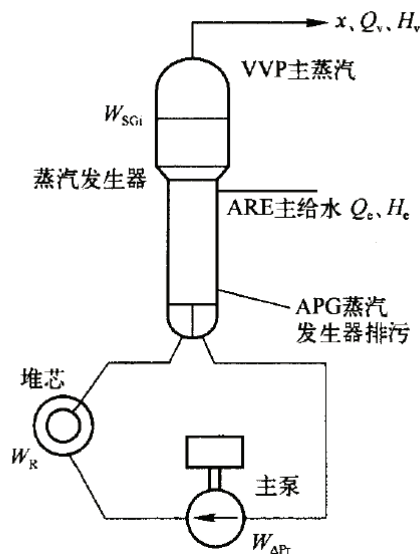


图 3.2: 二回路蒸汽发生器示意图

是, KME系统是布置在二回路的测量系统, KIT/KDO系统是布置在一回路的测量系统. KME 系统具有三个系统中最佳的精度.

KME系统使用的是热平衡法, 通过测量蒸汽发生器二回路的基本参数, 如: 给水流量, 二回路的水温, 压力等等, 并计算水通过蒸汽发生器时的焓升, 从而计算出一回路传给二回路的热量. 在图 3.1 所示的系统中, 一回路的泵等其他设备的热源贡献也都被考虑进来, 最后由能量平衡原理计算出堆芯热功率. 二回路的蒸汽发生器示意图如 3.2所示.具体的测量和计算过程, 见[43, 44], 本文不再作具体介绍. KME系统测量结果比较精确, 不过它是离线系统, 不能提供实时的功率值, 因此不能直接用于大亚湾中微子实验的物理分析。

- KIT/KDO 系统 这个系统用的也是热方法, 与KME系统不同的是, 它测量的是一循环回路的水的温度、压力等参数。

相对KME系统, KIT/KDO精度要低一些, 但是可以每周用KME 系统来对其进行刻度. 刻度是通过调整一回路的给水流量来进行的. 刻度时每次采集20 分钟内热功率的平均值, 并与KME系统测量的热功率进行比较, 当两者的偏差超过0.1% 满功率时($> 0.1\%FP$), 就要对KIT/KDO系统进行校准. 通常两者的差别不会大

于0.1%FP，也就是说KIT/KDO 系统的精度同KME系统的精度差不了多少。

除了精度满足大亚湾实验的要求之外，KIT/KDO系统有一个优点，就是它是在线测量系统，能够读取每小时的数据。因此大亚湾实验的功率数据都来采用这个系统的测量结果。

堆芯功率测量误差

如上节所说，大亚湾实验采用的是KIT/KDO系统的功率数据，而KIT/KDO 系统刻度是用KME系统来刻度的，标准为 $|P_{KIT/KDO} - P_{KME}| < 0.1\%FP$ ，因此其精度的估计依赖于KME系统。表 3.3 所示的是KME系统的误差估计结果。表中给出了两组估计结果，分别来自于KME系统提供商北京和利时公司提供的KME系统和法国SAPEC系统，两者在95% 置信度下的功率测量误差分别为0.4806%和0.45%。

表 3.3: KME 系统与SAPEC系统对堆芯功率的计算结果比较(95%置信度)

反应堆功率测量/MW				
	实验一	实验二	实验三	实验四
KME系统	2897.1	2904.4	2908.9	2906.9
SAPEC系统	2896	2903	2907	2906
绝对误差	1.1	1.4	1.9	0.9
相对误差	0.04%	0.05%	0.07%	0.03%
KME系统	0.48%	0.48%	0.48%	0.48%
SAPEC系统	0.45%	0.45%	0.45%	0.45%
误差分析结果				
KME系统	0.48%	0.48%	0.48%	0.48%
SAPEC系统	0.45%	0.45%	0.45%	0.45%

在大亚湾核电站自己发表的的技术文章中[45]以及北京和利时的技术文章中[43]，都比较详细的介绍了功率系统的误差传递。如前面所述，

大亚湾的堆芯连接着三个相同的蒸汽发生器，事实上这三个蒸汽发生器是一个连通的系统，相互之间有着一定的关联性，这关联性较复杂，很难弄清楚。因此在计算中仅是保守地将它们视为完全独立的，即完全非关联。

假设大亚湾KME系统的误差全部由蒸汽发生器产生，每个蒸汽发生器的误差数值都是0.4806%，在视为完全非关联的情况下：

$$\frac{\Delta W}{W} = \sqrt{3 \cdot \left(\frac{\Delta W_{SG}}{W} \right)^2} \quad (3.9)$$

其中 W_{SG} 是一个蒸汽发生器的功率。可得误差为： $0.4806\% \times \sqrt{3} = 0.832\%$ (95%置信度)

将95%置信度转换为 1σ ，则对应的误差为0.42%，此为KME系统的误差。KIT/KDO系统同KME系统的相对偏差为0.1%，那么，可以将KIT/KDO系统的功率误差估计为0.5%。

3.3.2 核素裂变份额

反应堆中裂变释放的几乎所有能量和几乎所有中微子都来自四种核素： ^{235}U 、 ^{238}U 、 ^{239}Pu 和 ^{241}Pu ，其他的核素的贡献占比几乎可以忽略不计。其中， ^{238}U 的裂变主要由快中子引发的，而其他的三种核素的裂变主要由热中子的引发的，只有少部分由快中子引发。初始入堆的新燃料只有 ^{235}U 和 ^{238}U 两种主要的裂变核素， ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 是在裂变过程中产生的。

^{238}U 的 (n, γ) 反应产生 ^{239}Pu ， ^{239}Pu 的核发生两次 (n, γ) 反应则产生 ^{241}Pu 。要研究核素的裂变份额随时间的变化，就要研究燃料在堆芯中的动态演化，而这和很多复杂因素有关，比如燃耗深度，硼浓度，氙水平，水的密度，组件温度，堆芯中子能谱，燃料组件类型及其在堆芯中的位置以及其他因素。堆芯的演化可以通过在模拟中考虑这些因素来实现。在此之前，我们先了解燃耗的概念。

燃耗就是反应堆运行过程中核燃料的消耗程度，可以用核燃料放出的能量作为度量，在数学上可定义为：

$$B(t) = \frac{W \cdot D}{U_{mass}} \quad (3.10)$$

其中 $B(t)$ 为累积燃耗， W 为燃料裂变释放的功率， D 为从燃料开始裂变以来累积的裂变的 t 的天数， U_{mass} 为铀的初始质量，通常以吨为单位。燃耗的单位常用MW·d/tU表示。

在核电站对反应堆的运行管理中，更常使用的是循环燃耗，即一个燃料循环过程中所有核燃料裂变的平均燃耗。循环燃耗的定义表达式形式和累积燃耗3.10相同，不同的是

W 表示整个堆芯的热功率, D 表示堆芯从新的循环启动开始到时间 t 的天数, U_{mass} 表示铀的初始装料质量, 对于固定的堆芯来说, 这个质量是固定不变的. 大亚湾反应堆的初始装料铀质量大约为72吨. 在大亚湾实验中, 大亚湾核电站定期向合作组提供功率数据, 利用这些数据就可以计算循环燃耗.

下面再回到堆芯演化模拟. 核电站都是使用一些成熟的商业软件进行堆芯演化的模拟和计算. 大亚湾核电站采用的是法国电力公司的SCIENCE软件包. 堆芯演化情况对探测反应堆运行和优化燃料布置都很重要, 因此核电站会有专门的技术人员对每个循环做详细的计算和模拟. 核电站会将每个循环的计算和模拟结果以excel电子表格的形式发布给实验合作组, 其中包括燃耗和核素裂变份额等. 同时高能物理所和华北电力大学进行合作对反应堆模拟进行研究. 利用DRGAON堆芯模拟软件进行的模拟和大亚湾的结果在3%以内符合. 图 3.3 是某个燃料循环中裂变份额随燃耗演化分布图, 包含了SCIENCE软件包和DRAON软件包的结果. 各核素裂变份额的和为1.

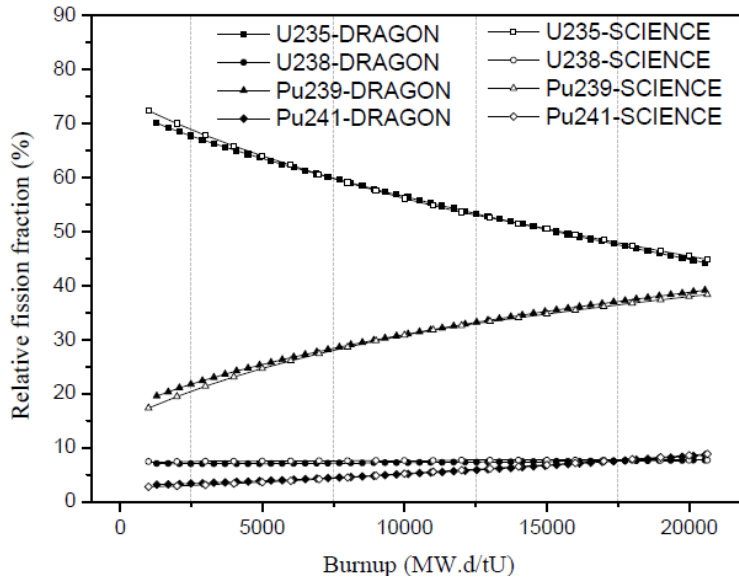


图 3.3: 裂变份额随燃耗的演化

我们还需要估计核电站模拟的裂变份额的误差. SCIENCE软件包的计算经过了多种方法的验证. 其一是与标准的, 使用相同核数据库的参考计算作对比; 其二是与实验测量数据对比[46]. 实验上没有对堆芯燃料裂变份额的直接测量, 但有很多对乏燃料中核素的含量的直接测量. SCIENCE软件包计算的乏燃料中核素含量的结果与实验测量的

结果相对比, 两者的结果差别在5%以内, 如图 3.4。假设裂变份额的误差同核素含量的误差成正比关系, 那么模拟的裂变份额的误差也在5%以内, 我们可视为5%。大亚湾的模拟一般是满功率的控制棒全提的模拟。也可以基于真实功率进行以及考虑控制棒的模拟。模拟样本的对比显示, 这三者之间的差别极小, 可以忽略不计。

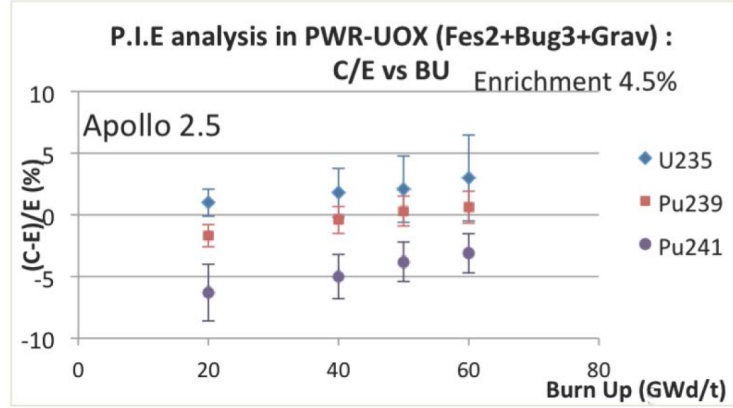


图 3.4: 模拟结果中乏燃料核素含量同测量实验的偏差

3.3.3 每次裂变释放能量

在铀核和钚核裂变过程中, 以及在其裂变碎片上发生的一系列衰变过程和伴随的中子反应, 都有能量释放出来, 其中绝大部分能量都沉积在反应堆中, 最终以热能的形式出现. 我们所要研究的对象正是转换成热能这一部分, 记作 E_f (MeV/fiss). 我们将把这部分能量简称为每裂变释放能量. E_f 可以写成四项的和的形式 [50]:

$$E_f = E_{tot} - \langle E_\nu \rangle - \Delta E_{\beta\gamma} + E_{nc} \quad (3.11)$$

其中 E_{tot} 是在从引发裂变的中子被吸收的那一刻到裂变子核完成 β 衰变成为稳定中性核子的时间内所释放的总能量; $\langle E_\nu \rangle$ 是被中微子带走的能量, 每次裂变大约产生 6 个中微子; $\Delta E_{\beta\gamma}$ 是指在一个指定的时间之后才发生衰变的子核的电子和 γ 光子的能量; 最后 E_{nc} 是指堆芯中各种材料俘获中子所吸收的能量 (不包括裂变). 在压水堆中, 这几个项目的大概比例为:

$$E_{tot} : \langle E_\nu \rangle : \Delta E_{\beta\gamma} : E_{nc} = 200 : 9 : 0.3 : 10. \quad (3.12)$$

需要注意的是 E_{nc} 是和随着堆芯的燃料的演化是随时间变化的, 并且不同的堆芯结构也会影响这个值的大小. 另外 $E_{\beta\gamma}$ 和 E_{nc} 都受到长寿命同位素的影响以及燃料所受到的辐照时间的影响. 对不同的堆芯, 不同的堆芯运行阶段, 会稍有不同, 但是影响较小. 大亚湾合作组成员华北电力大学的研究人员计算了每裂变释放的能量, 具体信息见 [51], 这里只列出计算的结果:

表 3.4: 裂变核素每次裂变释放的能量

同位素	E_{fi} , MeV/fiss
^{235}U	202.35 ± 0.26
^{238}U	205.99 ± 0.52
^{239}Pu	211.12 ± 0.34
^{241}Pu	214.26 ± 0.33

裂变率

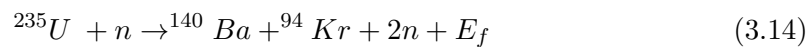
在前面几小节中, 我们依次讨论了堆芯功率、核素裂变份额和每次裂变释放能量等. 知道了这几信息, 就可由式 3.13得到裂变率,

$$F = \frac{W}{\sum_k \alpha_k \cdot e_k} \quad (3.13)$$

这种计算办法具有较高的准确性. 首先, 核素的裂变份额, 即 α_i 来自于堆芯演化的模拟计算, 具有5% 的精度. 裂变率的绝对值被归一化到了实际测量的功率上, 这将裂变率的演化同实际的堆芯运行状态关联起来, 更重要的是, 实际测量的热功率的精度仅为0.5%, 这使得裂变率的计算误差受因此而被压低。

3.3.4 核素裂变产生的中微子能谱

在 3.2一节中我们简要介绍了反应堆中微子相关物理。核素受中子诱发裂变为裂变碎片, 式 3.14是 ^{235}U 的一个典型的裂变过程:



实际上核素在裂变时有很多不同的途径，可以产生不同的裂变碎片。以 ^{235}U 为例，可以探测到80种以上的裂变碎片。因此 ^{235}U 裂变更一般的表达式为：



这些裂变碎片大多是丰中子核的不稳定粒子，会进一步进行 β 衰变成为别的核，并放出中子和中微子。式 3.16就是裂变碎片的 β 过程：



这些放射性衰变链中可以辨认出约300种不同的衰变碎片，因此，一般衰变链的长度大约是3~4节的长度。在连续的 β 衰变中，一个初始碎片的电荷可能变化4~6个单位。如图 3.5是 ^{235}U 裂变时的裂变碎片的质量分布，呈现两个左右相对对称的分布。

在图 3.5中可以看到，裂变最可几的核素是 $^{94}_{40}\text{Zr}$ 和 $^{140}_{58}\text{Ce}$ ，这两者的质子数的和为98个，而中子数目为136个，相对于 $^{235}_{92}\text{U}$ 来说，中子多了6个，这样平均来说，就应该有6个中子衰变到质子上才能达到稳定，这个过程就要发射6个中微子，即核素每次裂变释放的中微子数约为6个。其他三种核素 ^{238}U 、 ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 的裂变质量分布及释放的中微子数是类似的。

从图 3.5中还可以看出，核素裂变的质量分布是相对固定的。对于每一个裂变碎片来说，它的 β 衰变或者其子核的 β 衰变产生的中微子能谱也是确定的，因此释放的中微子的

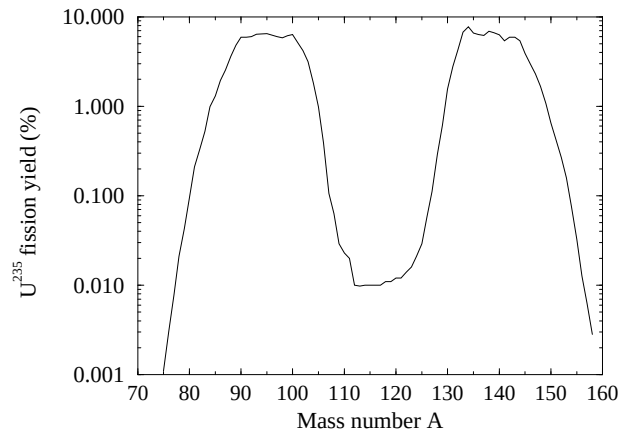


图 3.5: ^{235}U 的裂变碎片的质量分布[55]

能谱也是确定的。理论上, 如果我们知道了所有的裂变碎片和衰变分支, 就可以精确的计算出来核素裂变时发射的中微子能谱。设裂变核素 k 裂变产生的裂变碎片为 S_f , 由于核素 k 裂变所发射的中微子能谱 S_k 可以表示为:

$$S_k = \sum_f A_f \cdot S_f \quad (3.17)$$

其中 A_f 表示核子 f 的放射强度, 可以通过图 3.5 表示的分布以及核素 f 的半衰期计算出来。

然而, 核素有多条裂变分支, 产生多种裂变碎片, 每种裂变碎片又有不同的 β 衰变分支, 以至于反应堆核素共有数千条裂变-衰变分支, 其中很多裂变碎片寿命很短, 难以探测。要在实验上掌握所有衰变分支的信息是非常难的, 因而通过理论计算来确定核素裂变释放的中微子能谱准确度较低, 误差较大。更为可靠的办法是通过实验测量。

在式 3.16 所示的 β 衰变反应中, 假设衰变释放的能量 E_0 , 由于衰变后剩余核的质量远大于电子质量, 其反冲能量可以完全忽略. 则能量在电子和中微子之间分配:

$$E_0 = E_e + E_\nu \quad (3.18)$$

某种核素 f 的 β 衰变的电子能谱可以如下计算[59]:

$$S_f(E) = \sum_b \left(K_f^b \cdot F(Z_f, A_f, E) \cdot pE(E - E_{0f}^b)^2 \cdot C_f^b(E) \cdot (1 + \delta_f^b(Z_f, A_f, E)) \right) \quad (3.19)$$

其中 b 并表示该核素衰变的分支, K_f^b 表示归一化因子; $F(Z_f, A_f, E)$ 表示Fermi修正函数, 这一项修正了电子和核的库伦相互作用; $pE(E - E_{0f}^b)^2$ 是表示相空间的项, $C_f^b(E)$ 是形状因子, 依赖于跃迁的禁戒类型, 在容许跃迁中这一项是常数. 对于更加精确的计算, 还要考虑 δ_f^b 所表示的修正项:

$$\delta_f^b(Z_f, A_f, E) = \delta_{QED}(E) + A_C(Z_{fp}, A_{fp}) \cdot E + A_W \cdot E \quad (3.20)$$

$\delta_{QED}(E)$ 是辐射修正项, 计算参见[52], A_C 是库仑修正项, A_W 是弱磁修正项, 都采用Vogel的计算[53]. 这里不准备详述各项的具体细节, β 衰变的具体计算见[59] 和[54].

在上面式子中替换 $E_\nu = E_{0f}^b - E$ 就可以计算出核素 f 的 β 衰变中微子能谱。

ILL实验测量核素裂变中微子能谱

如上文所说,理论上核素裂变释放的中微子能谱可以通过计算各个分支比得出,但实际上由于有数千个分支比,其中很多是难以测量的。这导致理论计算的方法误差较大。我们还可以通过实验测量核素裂变中微子能谱,上世纪80年代开始的法国的ILL实验就是其中的代表[47][48][49]。ILL实验的原理是将裂变核素的样本置入到堆芯中进行裂变,用电子谱仪测量裂变产生的电子能谱,最后用拟合的办法将中微子能谱拟合出来。

不过由于核素样本所放置区域只能接受热中子照射,不能接受快中子; ^{235}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu 等核素主要是由热中子诱发裂变的,而 ^{238}U 主要是由快中子诱发裂变。所以,这种实验中能测量 ^{235}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu 的中微子能谱, ^{238}U 的中微子能谱依然只能由理论计算给出。

具体而言,ILL实验将 ^{235}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu 做成薄片状的样品放置到反应堆堆芯中距离燃料组件中心有80厘米的地方,反应堆辐射出高能的中子,样品作为靶接受辐射,被诱发裂变,进而发生一系列衰变,放出中微子和电子等产物。实验并不直接测量中微子,而是通过测量电子,间接地推出中微子能谱。裂变产生的电子的一小部分可以沿着一个直的真空管道传送到堆芯外面,并被高精度磁谱仪BILL探测到[56]。

电子的计数率在磁场中以50 KeV的步长被逐点测量,这样可以给出精细的电子能谱分布,其系统误差可以低至小于1%。在[47][48][49]等ILL发表的文章中,电子能谱是以250 keV为步长给出来的。能谱主要的误差之一在于归一化误差,ILL实验组给出的值为3%左右,并且随能量有微弱的变化。统计误差总体相对较小。由于样品被照射的时间为1~2天,长寿命裂变碎片尚未达到平衡态,这与真实的反应堆核素裂变是不同的,因此需要对非平衡态因素进行修正。

对于某种特定的裂变碎片而言,其 β 衰变的模式是固定的,产生的电子和中微子可以被很好的计算出来。因此中微子能谱虽不能被直接探测到,但可以由电子能谱转换得到。这实验里,测量的是所有裂变碎片所有衰变分支之和,而不能测量某个分支,也就不能一个分支一个分支地从电子谱转换到中微子能谱。ILL实验组使用了一种拟合的办法:他们假设了30个虚拟的 β 衰变分支,用来对实验的数据进行拟合。然后将拟合得到的 β 衰变分支能谱,按照费米的 β 衰变理论,转换成为对应的中微子能谱。将这些中微子能谱相加,就得到总的中微子能谱。

具体的拟合策略如下:先把测量到的电子能谱分成30个间隔,从最高的能量间隔开

始, 使用落在这个能量间隔内的几个数据点来拟合第一个虚拟分支的 β 衰变终点能量以及分支比. 然后, 这个拟合出来的分支的贡献(范围从重点能量 E_0 开始到0), 就从整个实验测量的电子能谱中被完全减除出去, 然后继续对下一个能量间隔按照这种过程进行处理. 之后我们就可以重建出来中微子的能谱了, 将每个拟合出来的虚拟的分支的 β 能谱转换成中微子能谱: 将电子能量 E_e 按照 $E_\nu = E_0 - E_e$ 的关系替换, 并且做辐射修正. 这样的过程被重复数次, 就有了不同的几组终点能量的集合描述的能谱. 由于少部分虚拟的分支可能会引起电子能谱的形状有台阶, 通过对所有的能谱进行平均以及将50 keV 的间隔合并到250 keV 的能量间隔(正如ILL发表文章中的数据)使得能谱台阶被平滑掉. 虚拟的分支的电子能谱和 3.19的表达式是一样的, 除了 A_C 和 A_W 的表达式在末端被处理为一个对最终的中微子能谱进行的有效线性修正:

$$\Delta N_\nu^{WC}(E_\nu) \simeq 0.65(E_\nu - 1.00)\% \quad (3.21)$$

E_ν 单位是MeV.

此外, 在公式 3.19中的费米修正项需要用到核子的电荷数 Z , 在ILL的转换计算中, 使用了对核数据的拟合:

$$Z(E_0) = 49.5 - 0.7E_0 - 0.99E_0^2, Z \geq 34 \quad (3.22)$$

这个转换过程会带来一项系误差, 估计为3-4%. 能谱的误差还要和电子能谱的刻度误差做平方和.

最终这三种核素的裂变中微子能谱被以表格形式发布在上述的三篇文章[47][48][49]中.

如图 3.6是ILL测量和转换的 ^{235}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu 裂变产生的中微子能谱及其相对误差.

总的来说, ILL实验的误差交待得不是十分的详细, 后来的研究者也有怀疑其误差被低估了. 我们姑且使用之.

如上文所说, ^{238}U 主要由快中子诱发裂变, 无法通过ILL这样的实验测量, 因此目前研究中使用的是理论计算的 ^{238}U 中微子能谱. 虽然理论计算的结果误差较大, 但 ^{238}U 在反应堆中的裂变贡献只占 7% ~ 8%, 其裂变的中微子产额略高一些, 对总中微子能谱的贡献约为10%左右, 因此其误差对总能谱的影响不大. 与ILL测量的核素能谱相匹配, 大亚湾组采用了Vogel的计算结果[58]. Vogel还计算了 ^{235}U 和 ^{241}Pu 的裂变中

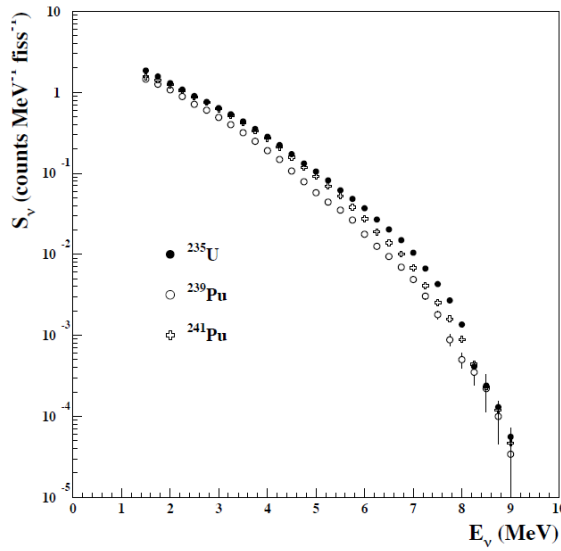


图 3.6: 裂变产生的中微子能谱(ILL)[57]

微子能谱，其结果与ILL实验的测量结果相比，在10%的范围内是符合的。而Vogel计算的核素能谱的误差大于10%。

Mueller和Huber的预期中微子能谱

Mueller的预期中微子能谱

核素裂变，衰变的分支有数千种，其中大部分是在实验上被测量的。约90%的分支被测量并保存在ENSDF数据库中。在2011年，Mueller等人基于ILL实验测量的beta能谱数据[59]，重新计算核素中微子能谱。他们用了一种衰变分支数据库和虚拟分支拟混合办法，即先使用“真实”的ENSDF数据库中的 β 衰变分支数据，按照其对应的活度进行加权，用来描述核素裂变能谱(这种方法也叫ab initio方法)，如式 3.17所示。剩下的10% 未被数据库描述的部分，则用5条虚拟衰变分支，按照上一节中ILL实验类似的办法进行拟合。由于能谱约90%的部分被实验数据库数据描述了，这种办法减小了ILL完全虚拟分支拟合办法中对模型的依赖。Mueller与ILL的中微子能谱结果比较见图 3.7。

ILL实验没有 ^{238}U 的数据，Mueller等人还用ab initio 的方法估算了 ^{238}U 的中微子能谱。由于数据库只能提供90% 的信息，故 ^{238}U 能谱的误差不低于10%，事实上误差

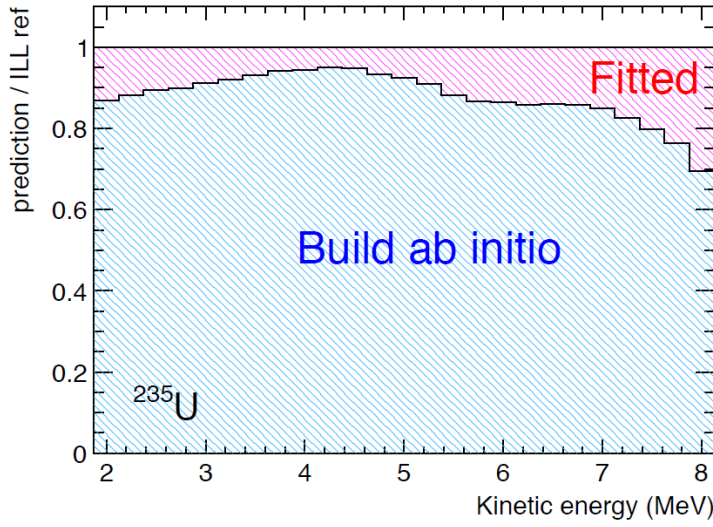


图 3.7: Mueller的新中微子能谱同ILL的中微子能谱的比较[59]. 蓝色阴影部分表示用数据库数据“从头算”的方法计算出来的部分. 红色阴影表示剩余的10%部分, 这里用了5条虚拟的 β 衰变分支来拟合。

在 $[2, 5.25]$ MeV是10%, 在 $[5.75, 6.75]$ MeV, 误差是15%,而在 $> 7\text{MeV}$ 处, 误差是大于等于20%。

Huber的预期中微子能谱

Huber [60]对中微子能谱的计算思路与ILL实验类似, 也是用虚拟分支拟合的方法, 相对ILL的转换在方法上进行了改进:

- Huber 在每个分支上采用了更多更高阶的理论修正。
- Huber 还采用了衰变分支数据库数据对式 3.22中的核子电荷数 Z 均值分布进行估计。
- Huber对转换后的中微子能谱误差进行了重新估计。
- Huber对转换过程引入的Bias进行了模拟估计。

更多详细信息见文章 [60]。

ILL, Mueller和Huber结果的对比

谱形和事例率对比

图 3.8中是Mueller,Huber与ILL预期中微子能谱的比较。横坐标是中微子能量,纵坐标是某种能谱与ILL能谱的相对差别。蓝线是Huber的结果,红线是Mueller的结果。可见Huber和Meullar的结果在5.5MeV以下符合得很好,但在5.5MeV以上,Huber的结果比Meullar的略高。相比ILL的中微子能谱,Huber和Mueller的能谱均有约+3%的偏移。Meullar对正偏移的解释是:在低能区,主要是由于弱磁修正的差别造成的。ILL实验中对弱磁和库仑项修正在低能区有过多的负修正,造成修正后的能谱有约3%的偏低。而Meullar的弱磁和库仑项修正在3MeV以下几乎为0。在高能区,主要是由于虚拟分支的Z均值不准确造成的偏离。Huber在论文中声称一定程度上同意Meullar的观点。并指出由于在branch水平上作各种修正,使得4MeV以下弱磁、库仑等效应造成的能谱偏低被修正回来。他们指出对在branch水平上对虚拟分支进行修正能达到对真实的物理分支进行修正同样好的效果。而在高能区,新的等效的Z均值造成了正偏移。

大亚湾在计算预期能谱的时候,分别采用了两种方案:

1. ^{235}U , ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 用ILL的结果+ ^{238}U 用Vogel[58]的结果
2. ^{235}U , ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 用Huber[60]的结果+ ^{238}U 用Mueller[59]的结果

在 θ_{13} 分析中,这两中方案并不会造成明显差别;在能谱对中谱形会有所差别,不过在快信号能量的4~6MeV范围内的超出是相似的,更多信息会在下文介绍。

误差对比

由ILL观测 β 能谱转换中微子能谱,误差主要来自三个方面:统计误差、归一化误差和转换及修正的误差。由于三组研究用的是同样的 β 数据,具体同样的观测 β 能谱统计误差和归一化误差,不同的是转换及修正误差。不过由观测 β 能谱统计误差传递到中微子误差,三组的处理也不尽相同。

关于统计误差。在ILL和Mueller的文章中,均只是简单将 β 能谱的统计误差作为转换后中微子能谱的统计误差,这明显是不合理的。Huber用Toy MC将 β 能谱的统计误差传递给了中微子能谱,结果中微子能谱统计误差是 β 能谱的7倍左右。对统计误差,Huber的计算才是合理的。

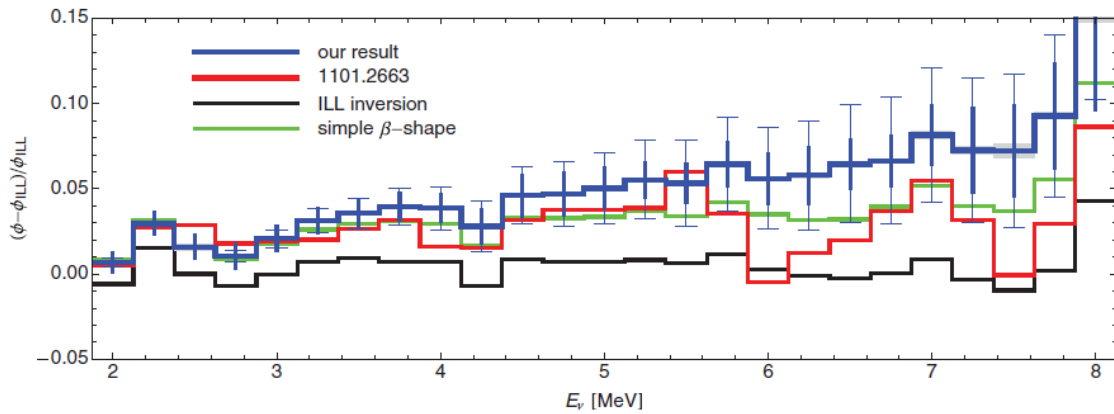


图 3.8: Mueller, Huber 与 ILL 预期中微子能谱的比较 [60]。横坐标是中微子能量，纵坐标是某种能谱与 ILL 能谱的相对差别。蓝线是 Huber 的结果，红线是 Mueller 的结果。可见 Huber 和 Mueller 的结果在 5.5 MeV 以下符合得很好，但在 5.5 MeV 以上，Huber 的结果比 Mueller 的略高。相比 ILL 的中微子能谱，Huber 和 Mueller 的能谱均有约 +3% 的偏移。

关于转换及修正误差。ILL 和 Huber 都用虚拟分支拟合的方法，转换过程的误差主要来自于 Z 均值的误差和各项修正（主要是弱磁修正）的误差。并且三组能谱的差别也主要由于 Z 均值和各项修正造成。ILL 将 Z 均值近似为一个二次多项式，对总的核素能谱进行修正，假设误差为正负一个单位（U235）或正负二个单位（Pu239 和 Pu241）。Huber 也将 Z 均值近似为二次多项式，不过利用数据库信息对系数进行拟合，是对核素每个分支进行修正，并对误差进行估计。而 Mueller 主要基于实验数据库信息，利用的是真实核素的真实 beta 分支谱，Z 值是已知的，因此不涉及 Z 的误差。

总的来说，ILL 的文章中的误差分析比较粗略。1. 对转换误差等没有具体的分析；2. 只给出 beta 能谱统计误差，而未给出转换后中微子谱的统计误差；3. 其文章中介绍的各项误差之和与最终给出的总误差并不吻合。Mueller 的能谱中，未考虑数据库本身的误差。数据库误差从 2 ~ 8 MeV 有 1.2% ~ 13.3%。

因此，对 ILL 等实验的误差分析是值得商榷的。

反应堆中微子反常

此前一系列短基线反应堆中微子实验观测到的中微子通量的平均值与Huber, Mueller等人预期的通量相比, 有超过1倍 σ 误差范围的偏差, 此即反应堆中微子反常现象。高精度、高统计量、低本底的大亚湾实验, 同样可以利用近点探测器进行此项研究, 以检验反应堆中微子反常现象是否存在。我们可以用最佳拟合的办法来进行此项研究, 最佳拟合的卡方函数可表示为:

$$\chi^2 = \sum_{d=1}^6 \frac{[M_d - T_d(1 + \epsilon_R + \epsilon_D + \sum_r w_r^d \alpha_r + \epsilon_d) + \eta_d]^2}{M_d + B_d} + \sum_r \frac{\alpha_r^2}{\sigma_r^2} + \sum_{d=1}^6 \left(\frac{\epsilon_d^2}{\sigma_d^2} + \frac{\eta_d^2}{\sigma_B^2} \right) + \frac{\epsilon_D^2}{\sigma_D^2} \quad (3.23)$$

其中, d 是探测器编号; M_d 和 T_d 分别是观测IBD事例数和预期IBD 事例数; B_d 是本底; w_r^d 是第 r 个反应堆给第 d 个探测器贡献的IBD事例的比例, 这取决于基线长度和反应堆的通量。 σ_r 是反应堆非关联误差, σ_d 是探测器非关联误差, σ_B 是本底误差; $\alpha_r, \epsilon_d, \eta_d$ 分别是对应的拟合参数。 ϵ_D 是绝对探测效率误差的拟合参数。 ϵ_R 就是反应堆绝对归一化通量的拟合参数, 它和 $\sin^2 2\theta_{13}$ 是自由参数。当用ILL+Vogel模型的事例数作为预期, 则最佳拟合结果为: $\sin^2 2\theta_{13} = 0.0905 \pm 0.0095, \epsilon_R = -0.007 \pm 0.023$ 。当用Huber+Mueller模型的事例数作为预期, 最佳拟合结果为: $\sin^2 2\theta_{13} = 0.0906 \pm 0.0095, \epsilon_R = -0.053 \pm 0.022$ 。可见, 用不同的, $\sin^2 2\theta_{13}$ 的值变化可以忽略, 但 ϵ_R 变化明显。而观测与预期事例数的比值就是 $(1 - \epsilon_R)$, 对ILL+Vogel模型, 这一比值为0.993, 对Huber+Mueller模型, 这一比值则为0.947。 ϵ_R 的误差是由绝对探测效率误差主导的。用最新计算的 ^{238}U 能谱替换上述模型中的 ^{238}U , 计算结果的差别可以忽略。

我们还通过计算每个近点探测器每天的归一化IBD事例数来衡量观测与预期事例数的差别。具体做法是: 将直接观测到的IBD事例率用所有反应堆的功率、裂变份额等修正, 然后用最佳拟合的 $\sin^2 2\theta_{13}$ 修正振荡效应, 就可以得到归一化的IBD事例数。近点两个厅的三个AD的归一化IBD事例数分别为1.581, 1.578, $1.566 \times 10^{-18} \text{cm}^2 \text{proton}^{-1} \text{GW}^{-1} \text{day}^{-1}$, 统计误差和系统误差分别为0.005和0.034。三个近点AD的总归一化IBD事例数的观测值与预期值的比值: 对ILL+Vogel模型预期, 为 0.992 ± 0.023 , 对Huber+Mueller模型, 为 0.947 ± 0.002 。这与最佳拟合方法所得结果一致。

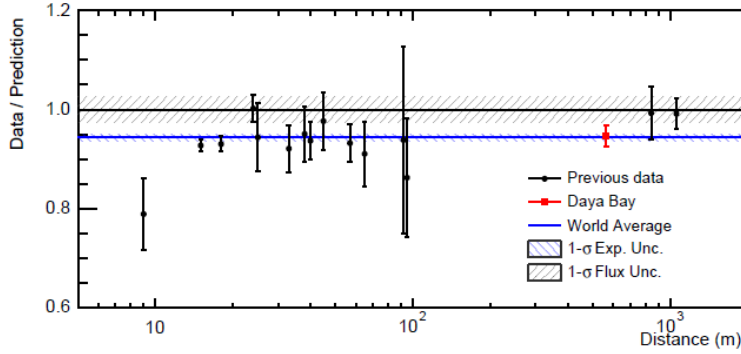


图 3.9: 中微子的观测与Huber+Mueller预期事例数比值 [61]。横坐标是基线长度, 纵坐标是观测与预期事例数比值。纵坐标为1 处的误差带是通量的1倍 σ 误差, 其下方的横线是一系列短基线实验全局拟合的比值, 其误差带是实验误差1倍 σ 误差。

图 3.9中展示的是大亚湾和其它一系列短基线中微子实验的观测与预期事例数比值, 这里的预期事例数是基于Huber+Mueller模型的。如果不包含大亚湾的结果, 则整体的观测与预期事例数比值的均值为 $R = 0.943 \pm 0.009(\Phi_{ff}) \pm 0.03(ff)$ 。大亚湾的这一结果是 $R = 0.947 \pm 0.022(\Phi_{ff})$, 与之前的一系列实验结果吻合。当包含进大亚湾的结果, 这一比值的全局拟合结果为 $R = 0.945 \pm 0.008(\Phi_{ff}) \pm 0.03(ff)$ 。目前的分析结果, 反电子中微子观测事例数相对Huber+Mueller 预期事例数的丢失为 $5.3\% \pm 2.2\%$ 。总误差是由探测效率误差主导的, 其值为2.1%。而探测效率误差有望随着物理分析以及事例挑选的改进而被降低。

总结: 大亚湾近点探测器的观测数据与Huber+Mueller预期中微子事例数相比, 也有超过1倍 σ 的偏差, 偏差程度与此前一系列短基线反应堆中微子实验平均值一致。如果Huber、Mueller等的预期中微子能谱可靠, 则观测中微子数有丢失, 此即反应堆中微子反常。下面的章节我们将对预期能谱和观测能谱进行直接对比, 以检验预期能谱的可靠性。

3.3.5 探测器预期中微子能谱

设反应堆 r 释放的中微子能谱为 $S_r(E_\nu)$, 传播到距离 L_r 外的探测器后, 中微子与探测器中靶质子的反应截面为 σ , 探测器靶质量为 N_d , 探测效率为 ϵ_d , 则由某个反应

堆到达某个探测器并被探测到的中微子能谱为：

$$S_{dr}(E_\nu) = \frac{1}{4\pi L_r^2} \cdot S_r(E_\nu) \cdot \epsilon_d \cdot N_d \cdot \sigma(E_\nu) \quad (3.24)$$

大亚湾反应堆群有6个反应堆，多个反应堆到达一个探测器并被探测的中微子能谱需要对6个反应堆求和，即在式 3.24等号右边对r求和即可。式 3.8即为 $S_r(E_\nu)$ 表达式，代入上式并对r求和，可将反应堆到达某探测器的预期能谱表示为：

$$S_d(E_\nu) = \sum_r \frac{1}{4\pi L_r^2} \cdot \frac{W^r}{\sum_i f_i^r \cdot e_i^r} \cdot \sum_i f_i^r \cdot S_i(E_\nu) \cdot \epsilon_d \cdot N_d \cdot \sigma(E_\nu) \quad (3.25)$$

其中 W 为堆芯热功率， f_i^r 为核素 i 的裂变份额， S_i 为核素 i 的裂变中微子能谱， e_i^r 为核素 i 的每次裂变释放能量。

图 3.10为6AD时期大亚湾近点3个AD的总预期中微子能谱，共217天的数据。计算中的反应堆功率、裂变份额、探测效率等均使用此期间的真实数据。

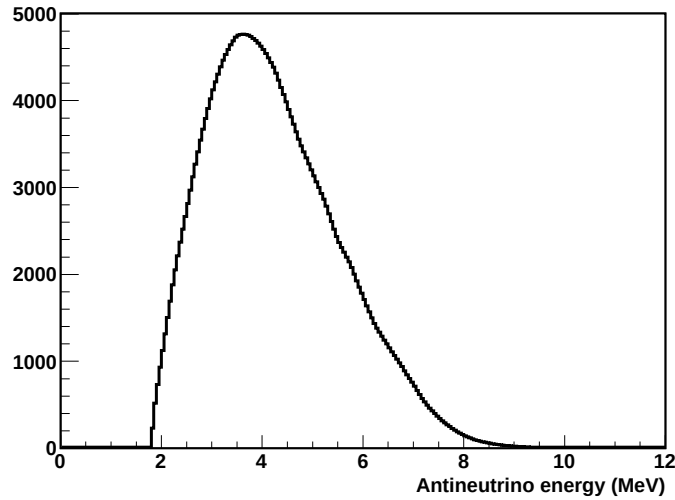


图 3.10: 6AD时间大亚湾3个近点探测器的总预期中微子能谱。

3.3.6 非平衡态和核废料修正

非平衡态修正

如前面章节所述，ILL实验所用的核素样品只是在堆芯暴露了1~2天。大部分核素裂变碎片寿命很短，但有少部分长寿命的同位素在测量期间并未达到平衡态，ILL实验的测量结果遗漏了这部分同位素的贡献。而目前广泛使用的ILL中微子能谱、Mueller中微子能谱和Huber中微子能谱等，都是在ILL实验测量的电子能谱基础上，应用不同的方法或模型转换而来，即都有长寿命同位素非平衡态的问题，需要进行修正。

非平衡态长寿命核素的累积可以用累积裂变产额来计算。假设要研究的核素是 A ，它衰变的子核是 B ，堆芯中裂变核素 i (例如 ^{235}U) 裂变产生核素 A 的产额是 Y_A ，核素 B 的产额是 Y_B ，裂变核素 i 的裂变率是 $R_i(t)$ ，则核素 A 和 B 的演化方程为：

$$\begin{cases} \frac{dN_A(t)}{dt} = R_i(t)Y_A - \lambda_A N_A(t) \\ \frac{dN_B(t)}{dt} = \lambda_A N_A(t) - \lambda_B N_B(t) \end{cases} \quad (3.26)$$

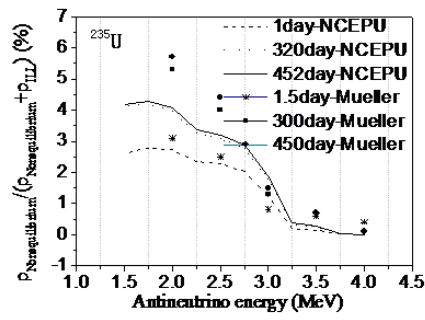
大亚湾合作组统计了可能产生影响的非平衡态长寿命同位素，见表 3.5，表中的同位素均是半衰期大于10小时，自己或子核衰变的电子能量大于1.8MeV的。

Mueller在[59]中计算了非平衡态修正，如表 3.6

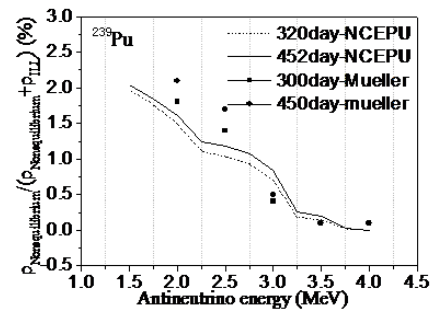
基于文章 [59]中的计算方法和数据，利用反应堆蒙特卡罗模拟程序（RMC）以及上表中的长寿命同位素，计算了非平衡态修正，见图 3.11。其中以NCEPU 为后缀的是大亚湾合作组成员单位华北电力大学的研究人员的计算结果，以Mueller为后缀的是文章 [59]的结果，两者在1倍 σ 误差范围内吻合。差别主要来自考虑的长寿命同位素不完全相同。在文章 [59] 的计算中，部分长寿命同位素被去掉了。

核废料

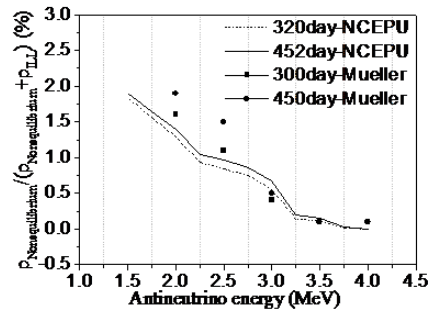
所谓核废料，就是在堆芯中燃烧3至4个循环后被移出的燃料。核废料被移出后，会被放置在堆芯附近的水池中进行冷却，放置时间可达到10至15年。核废料在堆芯中燃烧时产生了一系列长寿命同位素，被移出放入水池后，这些长寿命同位素会继续衰变，释放中微子。这些中微子一样会进入探测器被探测到。刚放入水池的核废料，其同位素含



(a) U235



(b) Pu239



(c) Pu241

图 3.11: 马旭波等人与Mueller等人的非平衡态修正结果

表 3.5: 可能对实验产生影响的非平衡态长寿命同位素.

M	$T_{1/2}$	E_0/MeV	D	$T_{1/2}$	E_0/MeV
^{90}Sr	28.78a	0.546	Y	64.1h	2.282
^{91}Sr	9.63h	2.699	Y	58.51d	1.544
^{93}Y	10.18h	2.874	Zr	1.53e6a	0.091
^{97}Zr	16.9h	2.658	Nb	72.1m	1.934
^{106}Ru	373.6d	0.039	Rh	29.8s	3.541
^{112}Pd	21.03h	0.288	Ag	3.13h	3.956
^{125}Sn	9.64d	2.364	Sb	2.758a	0.767
^{131m}Te	30h	0.182	Te	25m	2.233
^{132}Te	3.204d	0.493	I	2.295h	3.577
^{159}Sm	9.4h	0.722	Eu	15.19d	2.451
^{140}Ba	12.75d	1.047	La	1.678d	3.762
^{144}Ce	284.9d	0.319	Pr	17.28m	2.997

量与堆芯中长寿命同位素演化周期末尾时类似，由式 3.27可得出核废料中同位素的初始含量。设母核和子核分别为A和B:

$$\begin{cases} \frac{dN_A(t)}{dt} = -\lambda_A N_A(t) \\ \frac{dN_B(t)}{dt} = \lambda_A N_A(t) - \lambda_B N_B(t) \end{cases} \quad (3.27)$$

如图 3.12是一个典型的核废料产生的中微子能谱形状.

大亚湾合作组成员Patrick Huber 利用反应堆模拟软件SCALE6 对一个典型的燃料循环做了计算, 计算了一批燃烧到45 GWd/tU 的核废料的中微子. 这种配置和大亚湾实际的燃耗相差不多. 基于Patrick Huber 的计算, 考虑了15批放置时间各不相同的核废料的中微子相对于2.9GW的反应堆发射的总的中微子数目的贡献. 如图 3.13所示. 可见, 核废料对中微子事例率的贡献在0.3%以内. Kopeikin[64]也对核废料作了估计, 其结果中核废料中微子的贡献约为0.27%, 与Huber的结果吻合。

大亚湾合作组成员马旭波等人对核废料的计算进行了改进, 采用了核废料从堆芯移出后能谱随时间的变化, 并考虑了每个燃料组件实际的燃耗。其计算的核废料对反应堆

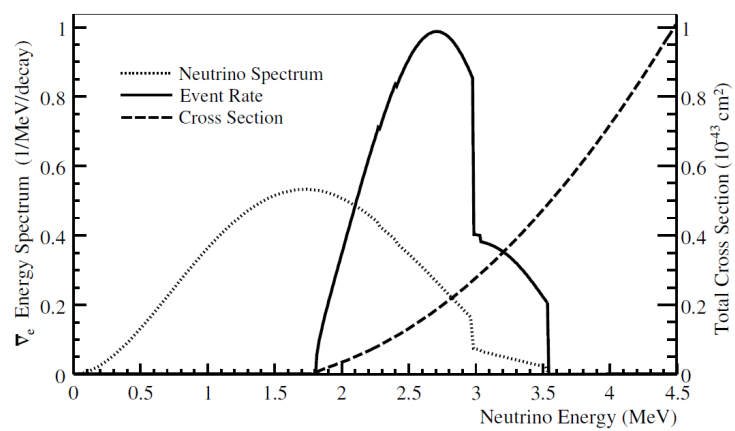


图 3.12: 核废料产生的中微子能谱[63]

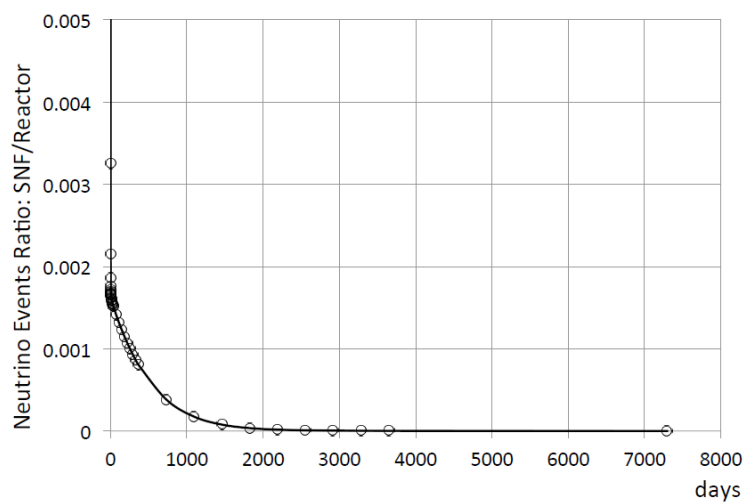


图 3.13: Huber计算中核废料的中微子相对于反应堆发射的总的中微子数目的贡献随时间的变化

表 3.6: 非平衡态修正. 修正应用于ILL转换的能谱.

^{235}U					
	2.0 MeV	2.5 MeV	3.0 MeV	3.5 MeV	4.0 MeV
36 h	3.1	2.2	0.8	0.6	0.1
100 d	4.5	3.2	1.1	0.7	0.1
1E7 s	4.6	3.3	1.1	0.7	0.1
300 d	5.3	4	1.3	0.7	0.1
450 d	5.7	4.4	1.5	0.7	0.1
^{239}Pu					
	2.0 MeV	2.5 MeV	3.0 MeV	3.5 MeV	4.0 MeV
100 d	1.2	0.7	0.2	< 0.1	< 0.1
1E7 s	1.3	0.7	0.2	< 0.1	< 0.1
300 d	1.8	1.4	0.4	< 0.1	< 0.1
450 d	2.1	1.7	0.5	< 0.1	< 0.1
^{241}Pu					
	2.0 MeV	2.5 MeV	3.0 MeV	3.5 MeV	4.0 MeV
100 d	1	0.5	0.2	< 0.1	< 0.1
1E7 s	1	0.6	0.3	< 0.1	< 0.1
300 d	1.6	1.1	0.4	< 0.1	< 0.1
450 d	1.9	1.5	0.5	< 0.1	< 0.1

中微子能谱的贡献见图 3.14。这一结果与此前的Huber 等人的结果吻合。

可见，以上不同的计算，核废料对反应堆中微子能谱的贡献都在0.3%以内。大亚湾的物理分析中，采用马旭波的计算结果。

3.4 反应堆相关误差

如本章开头所述，反应堆相关误差是 θ_{13} 研究中的三大误差来源之一。在用 χ^2 函数计算 θ_{13} 时，需区分误差是反应堆之间关联的，还是非关联的。而在预期能谱和观测能谱对比研究中，需要知道总的反应堆相关误差的协方差矩阵。我们通过ToyMC来产生与谱形相关的和总的协方差矩阵。下面对各项误差进行讨论。

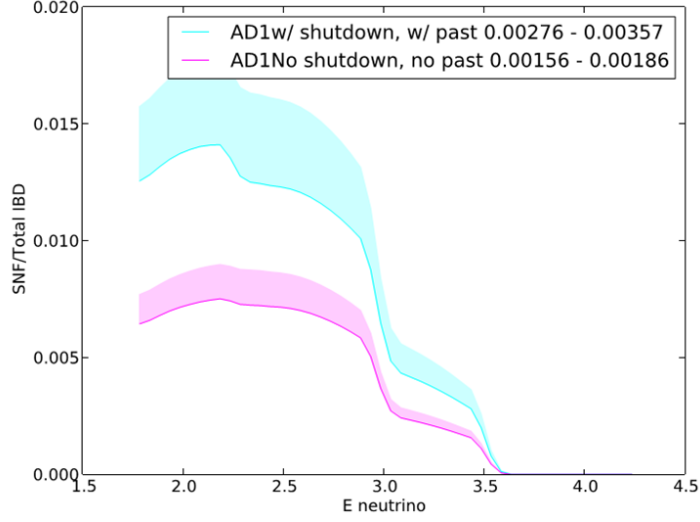


图 3.14: 马旭波计算的核废料的中微子相对于反应堆发射的总的中微子数目的贡献

3.4.1 反应堆流强预测误差关联性分类

回顾预期能谱的计算公式 6.1, 对其积分, 我们得到事例率的时间函数.

$$S_d(E_\nu) = \sum_r \frac{1}{4\pi L_r^2} \cdot \frac{W^r}{\sum_i f_i^r \cdot e_i^r} \cdot \sum_i f_i^r \cdot S_i(E_\nu) \cdot \epsilon_d \cdot N_d \cdot \sigma(E_\nu) \quad (3.28)$$

其中涉及的各个量都可能是误差来源。对探测器相关的项, 如靶质子数、探测效率等将在观测能谱中考虑。基线长度的误差小于0.02%, 可以忽略。

关于反应堆功率。因为不同的堆芯都是用KME和KIT/KDO系统测量的, 有一定的关联性。但各个堆芯的给水系统等是独立运行的, 因此不是完全关联。总的来说其关联性较复杂, 保守估计, 视为完全非关联。

关于裂变份额, 各个堆芯独立运行, 裂变份额也不同, 视为完全非关联。

关于每次裂变释放能量。虽然中子俘获的部分存在非关联, 但这部分贡献很小, 总体是关联的, 视为完全关联。

关于反 β 衰变截面。和反应堆无关, 因此是完全关联的。

关于核素中微子能谱, 其对每个堆都一样, 帮是反应堆间完全关联的。

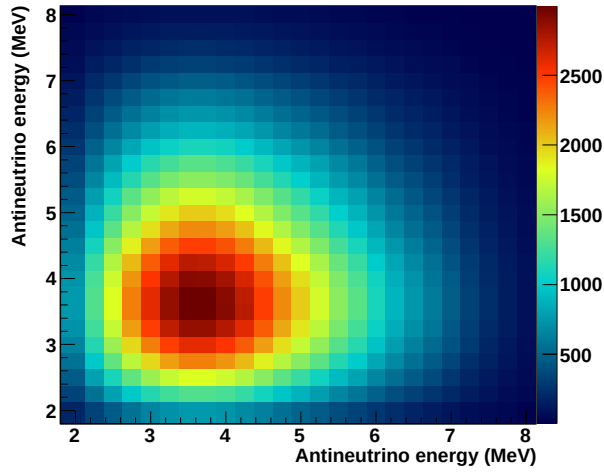


图 3.15: 反应堆功率误差的协方差矩阵

3.4.2 误差传递

根据误差传递的公式可知，如果可观测量是相互独立的，则误差可表达为式 3.29；如果可观测量之间是关联的，那么可表达为式 3.30：

$$\frac{\delta F}{F} = \frac{1}{F} \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \right)^2 \cdot \delta x_i^2} \quad (3.29)$$

$$\frac{\delta F}{F} = \frac{1}{F} \sqrt{\sum_{ij} \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial x_j} \cdot \delta x_i \delta x_j \rho_{ij}} \quad (3.30)$$

其中，F是待求物理量， x_i 是可观测量， δx_i 是其观测误差。 ρ_{ij} 是观测量 x_i 和 x_j 的关联系数。

功率误差

如前所述，功率的误差为0.5%。由式 6.1,根据上面的关联性分析及误差传递公式，可得功率引起的误差为：

$$\left. \frac{\delta R}{R} \right|_W = \frac{\delta W_{th}}{W_{th}} \quad (3.31)$$

可以看出，0.5%的堆芯功率误差引起的事例率误差也是0.5%。其协方差矩阵如图 3.15。

裂变份额误差

如前文所述, 裂变份额的模拟的误差为5%。图 3.16显示了堆芯中Pu 同位素的产生和 ^{238}U 之间的依赖关系.其实 ^{235}U 裂变份额的演化也有强关联性。

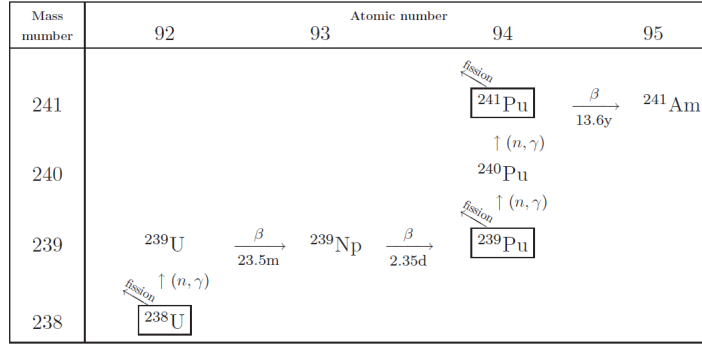


图 3.16: ^{238}U 裂变和 ^{239}Pu , ^{241}Pu 产生关系

大亚湾合作组成员单位华北电力大学利用开源的DRAGON模拟软件, 采用与大亚湾相似的堆芯, 对裂变份额之间的关联性进行了研究[65], 见表 3.7。此外, 华北电力大学的研究组利用DRAGON得出的四种核素的裂变份额与大亚湾核电站用的SCIENCE软件包的结果进行对比, 发现差别小于3%。这说明DRAGON的结果是可靠的。基于上面

表 3.7: 堆芯四种关键核素裂变份额关联系数.

	^{235}U	^{238}U	^{239}Pu	^{241}Pu
^{235}U	1.00	-0.22	-0.53	-0.18
^{238}U	-0.22	1.00	0.18	0.26
^{239}Pu	-0.53	0.18	1.00	0.49
^{241}Pu	-0.18	0.26	0.49	1.00

的关联系数, 由误差传递公式:

$$\left. \frac{\delta R}{R} \right|_{\alpha} = \frac{1}{R} \sqrt{\sum_{ij} \frac{\partial R}{\partial \alpha_i} \frac{\partial R}{\partial \alpha_j} \cdot \delta \alpha_i \delta \alpha_j \rho_{ij}}, \quad i, j = 5, 8, 9, 1. \quad (3.32)$$

输入裂变份额5%的误差, 可得裂变份额对误差的贡献为0.6%, 其协方差矩阵见图

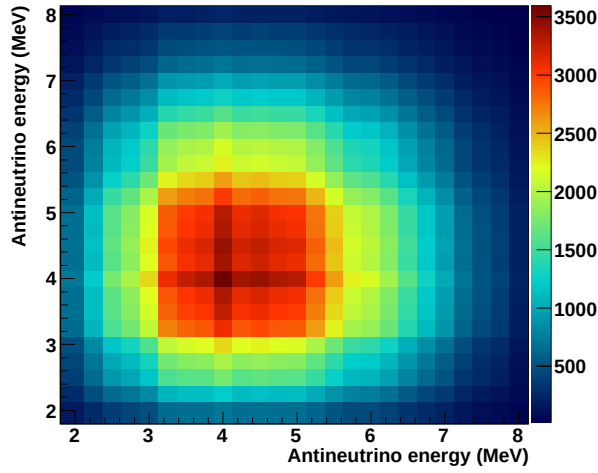


图 3.17: 核素裂变份额误差的协方差矩阵

3.17。

每次裂变释放能量

我们采用的每是次裂变释放能量是合作组成员马旭波等人的计算结果，见表 3.4。

由误差传递公式:

$$\left. \frac{\delta R}{R} \right|_e = \frac{1}{R} \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial R}{\partial e_i} \right)^2 \cdot \delta e_i^2}, \quad i = 5, 8, 9, 1. \quad (3.33)$$

可得每裂变释放能量误差对最终通量误差的影响为: 0.2%，其协方差矩阵见图 3.18。

裂变反应截面的误差

裂变反应截面的误差引用Bugey的结果，见表 3.8 。

核素裂变反应截面误差传递公式表示为:

$$\left. \frac{\delta R}{R} \right|_{\sigma_f} = \frac{1}{R} \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial R}{\partial \sigma_{fi}} \right)^2 \cdot \delta \sigma_{fi}^2}, \quad i = 5, 8, 9, 1. \quad (3.34)$$

可得裂变反应截面误差贡献的通量误差为: 3.0%.

此外，核废料本身当作系统误差，是非关联的.

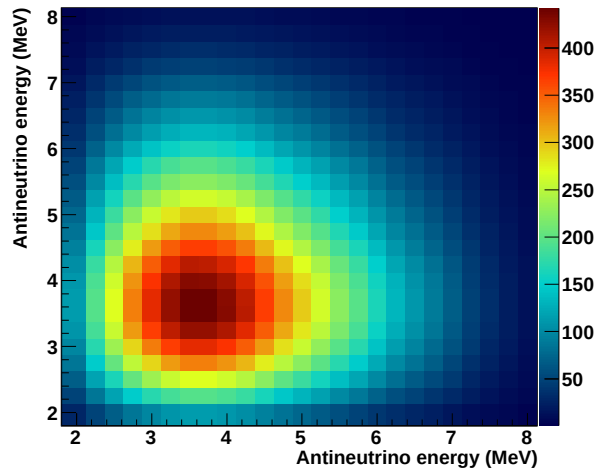


图 3.18: 每次裂变释放能量误差的协方差矩阵

表 3.8: 裂变反应截面[66].

裂变核素	σ_{fi}
^{235}U	$6.39 \pm 1.9\%$
^{239}Pu	$4.18 \pm 2.4\%$
^{238}U	$8.88 \pm 10\%$
^{241}Pu	$5.76 \pm 2.1\%$

将各项误差按关联和非关联分为两类，分别求出总的关联误差和总的非关联误差，结果可以输入到 χ^2 函数中对 θ_{13} 进行拟合。误差传递结果见表 3.9.

表 3.9: 反应堆关联误差和非关联误差汇总.

关联误差		非关联误差	
每次裂变释放能量	0.2%	功率	0.5%
每次裂变IBD反应截面	3%	裂变份额	0.6%
		核废料	0.3%
关联	3%	合计	0.8%

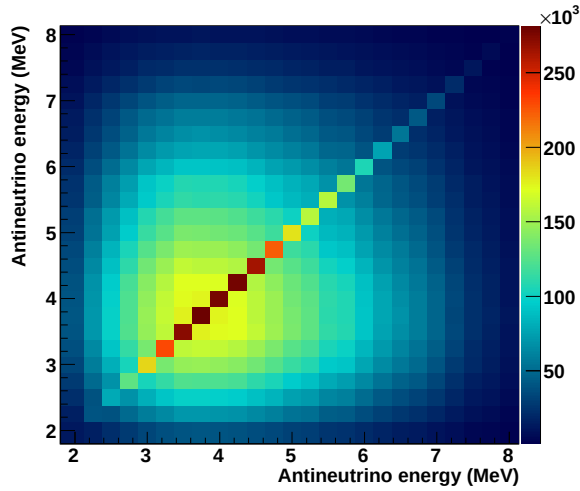


图 3.19: 核素能谱误差的总协方差矩阵

核素能谱误差

核素能谱误差在 3.3.4 一节中已有讨论。在能谱对比中，我们主要采用的是 Huber+Mueller 模型的预期能谱，因此在此给出其能核素能谱的协方差矩阵。如上文所述，具体的 Bin-to-bin 误差在 [60] 和 [59] 中有给出，是反应堆间关联的。用 Toy MC 得出的四种核素的总协方差矩阵见图 3.19。

非平衡态和核废料误差

非平衡态和核废料误差均保守估计为 100%，均是反应堆间非关联的，具体的协方差矩阵见图 3.20 和图 3.21。

反应堆相关的总协方差矩阵

综上，考虑反应堆功率、核素裂变份额、每次裂变释放能量、核素能谱等各项误差，可得到反应堆相关的总协方差矩阵，见图 3.22。这一矩阵可用于预期能谱研究、预期和观测能谱比较等。

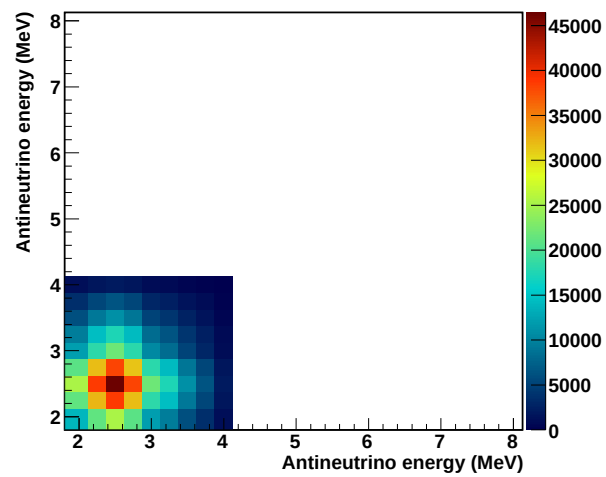


图 3.20: 非平衡态误差的协方差矩阵

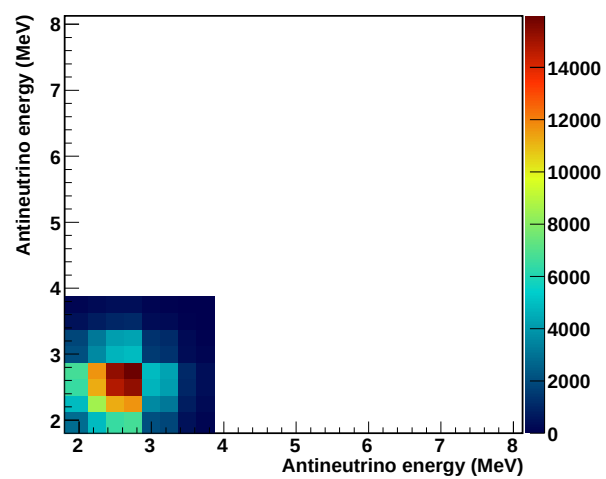


图 3.21: 核废料误差的协方差矩阵

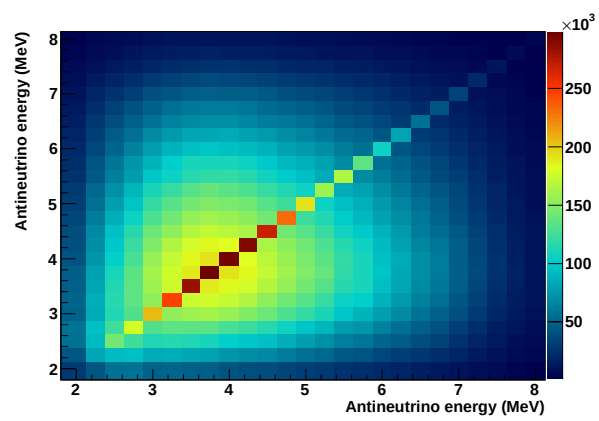


图 3.22: 反应堆相关的总协方差矩阵

第四章 观测能谱及其与预期的比较

本章介绍大亚湾观测能谱与基于模型或理论计算的预期能谱的比较。这有助于检验此前的模型和理论计算是否能够很好地描述反应堆中微子能谱。下面我们将先获得观测IBD 快信号能谱，并将预期中微子能谱转换为预期IBD快信号能谱，然后将二者对比。

4.1 IBD快信号能谱

中微子进入中心探测器后与靶质子发生反 β 衰变反应，生成正电子和中子，形成一快一慢的符合光子信号并被分布在探测器最外层内壁的光电倍增管探（PMT）测到。然而，环境中各种各样的本底和干扰信号，有宇宙线及其次级粒子本底，有探测器物质自身放射的本底等，还有一类本底，是光电倍增管自身打火发出的，即flasher事例。

4.1.1 flasher cut

flasher现象及flasher的判选

大亚湾的探测器被设计为全同的，比如大亚湾近点（EH1）的第一个探测器（AD1）和第二个探测器（AD2），因此，同一个实验点的不同探测器预期应该有类似能谱、顶点分布、PMT 触发率、PMT 电荷分布等。但是，大亚湾观测到的触发事例的以上数据在不同的AD中却有不同分布。图 4.1 是EH1 的AD1和AD2的trigger 事例能谱，预期中二者应该有类似的分布，但实际上却是图中的分布，明显地不同。图 4.2是EH1的AD1 和AD2 的顶点分布图，左图为AD1的分布，右图为AD2的分布。预期中，它们应该有类似的顶点分布，并且是均匀分布，但图中，在均匀背景之上，各自

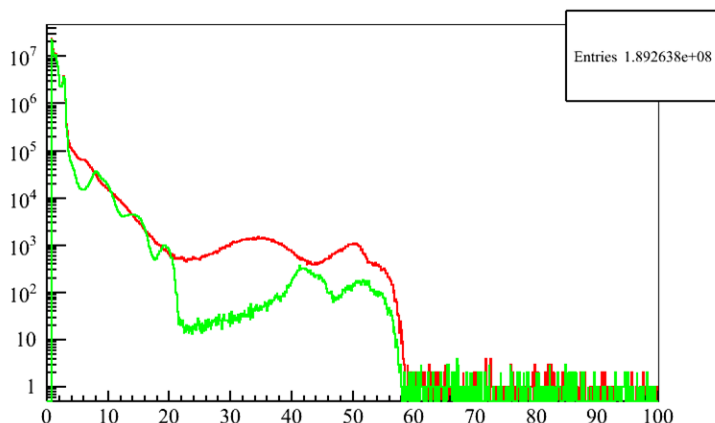
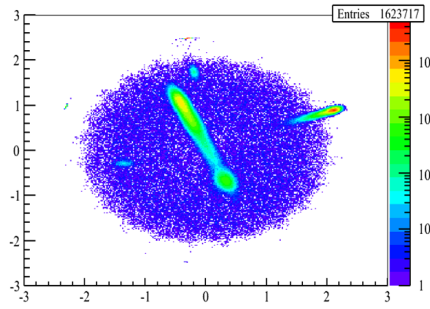


图 4.1: AD1和AD2的触发事例能谱分布。红色曲线为AD1的能谱；绿色曲线为AD2的能谱。大亚湾近点（EH1）的AD1和AD2的触发事例能谱不一致。

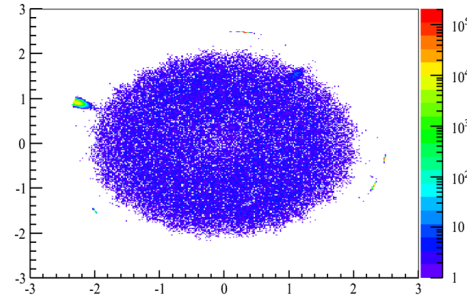
有不同形状和大小的团簇。图 4.3 是探测器中PMT上的最大电荷分布。一个IBD事例会产生很多光子，光子击中不同的PMT并被吸收。一个IBD事例中某个PMT上被最多光子击中，则这个PMT 是这个IBD事例的最大电荷PMT。统计多个IBD事例的最大电荷PMT，预期中是均匀分布的，但从图中可见，部分PMT的数值明显高于多数PMT，并且AD1和AD2各自不同。

上面这些图中，AD1与AD2之间明显的差别，显然是探测器的差别造成的。事实上，它们都来自上文提到的flasher。部分PMT的基座会随机地打火，放出光子，形成假信号。大亚湾实验组在实验室里也看到了PMT基座打火放出的光子。见图 4.4

这样的PMT 约占总PMT的5%。flasher事例随机出现，且一定程度上随时间变化。图 4.3中击中事例数较高的PMT就极有可能是flasher PMT，比如，AD1 中的第5行第20列的PMT就是典型的flasher PMT。它们放出的光子，相当一部分被自身吸收，还有一部分发射到探测器中，被其它PMT 吸收。因此，flasher事例虽然随机且随时间变化，但由于来自特定的PMT，其发射方向及影响的PMT 也是特定的，因此顶点重建时形成的假事例就聚集在特定区域，形成图 4.2 中所示的团簇。对于flasher 事例，发射flasher光的PMT通常是电荷数最大的一个PMT，它自身周围和它对面的PMT也会吸收光子比较多。这样就会在PMT的电荷分布上形成两个团簇：一个是围绕flasher PMT的团簇；另一个是其对面的团簇。

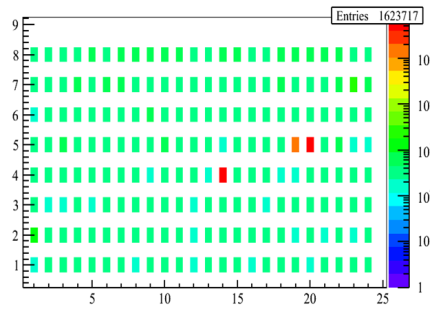


(a) AD1

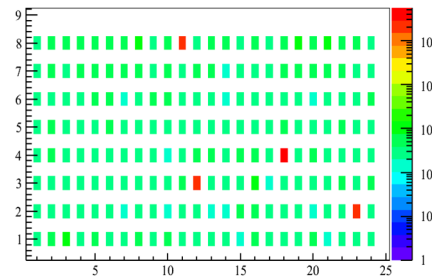


(b) AD2

图 4.2: 探测器中的顶点分布。左图为AD1的分布，右图为AD2的分布。预期中，它们应该有类似的顶点分布，并且是均匀分布，但图中，在均匀背景之上，各自有不同形状和大小的团簇。



(a) AD1



(b) AD2

图 4.3: 探测器中PMT上的最大电荷分布。一个IBD事例会产生很多光子，光子击中不同的PMT并被吸收。一个IBD事例中某个PMT上被最多光子击中，则这个PMT是这个IBD事例的最大电荷PMT。统计多个IBD事例的最大电荷PMT，预期中是均匀分布的，但从图中可见，部分PMT的数值明显高于多数PMT，并且AD1和AD2各自不同。

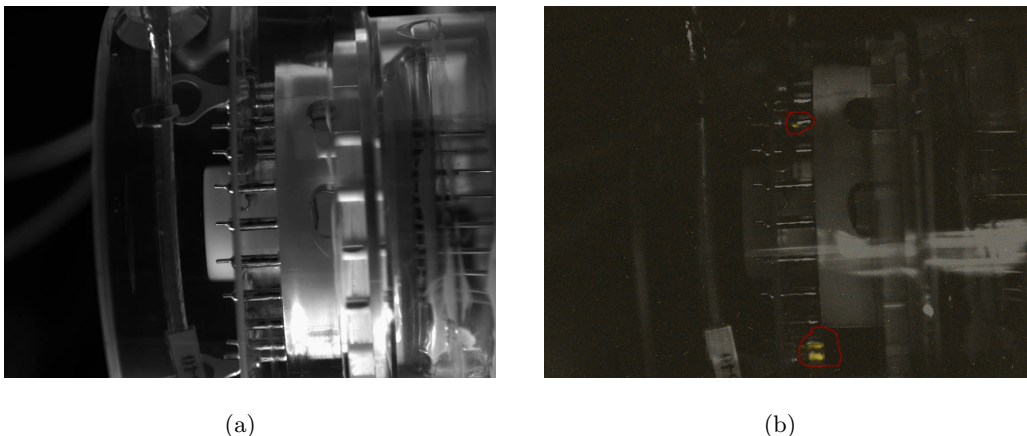


图 4.4: 实验室中看到的PMT基座打火现象

图 4.5就是AD1中以第5行第20列的PMT 为最大击中电荷的事例的分布。对于普通物理事例，通常不会在对面形成团簇，而flasher事例就会如此。总结一下，flasher事例有如下特点：

1. flasher PMT通常都有着最大的电荷。
2. 电荷的PMT分布图中，有两个团簇，一个围绕着flasher PMT，另一个在基对面。

基于这样的性质，我们就可以鉴别并排除flasher事例了。大亚湾的研究团队先后设计了多个变量来判选flasher事例，并最终采用了其中较有效的两个：Quadrant和MaxQ。

MaxQ就是对某个特定PMT，在这个PMT上的击中电荷为最大的事例数占总事例数的比例。对普通物理事例，不同PMT的这一变量应该没有很大差别。但对flasher事例，由于flasher光子就来自flasher PMT，因此它自身吸收到的光子是最多的，MaxQ也就较大。

由于flasher PMT有着图 4.5那样的两个团簇。基于这个性质，我们可以将PMT按列分为四个象限，每个象限6列。最大电荷PMT所在列，及其左二列和右三列，为象限1；象限1左边6列PMT为象限4；象限1 右边6列PMT 为象限2；象限1正对面的6列为象限3。每个象限所有PMT的电荷总和，依次分别记为Q1,Q2,Q3和Q4。flasher造成的团簇分别位于Q1 和Q3，基于这一性质，Quadrant 的定义是：

$$Quad = Q3/(Q2 + Q4) \quad (4.1)$$

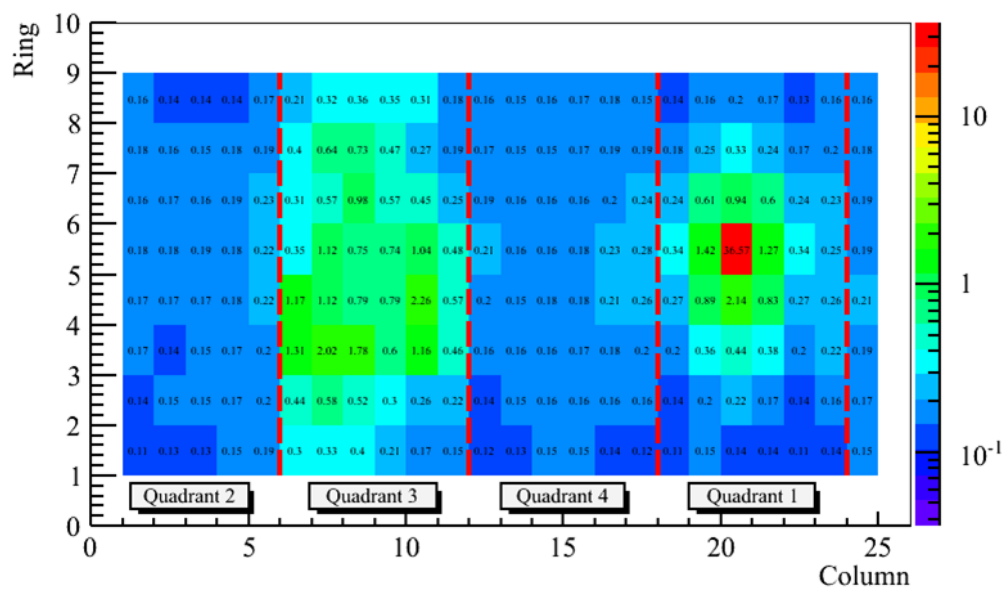


图 4.5: AD1中以第5行第20列的PMT为最大电荷的事例分布图。对于普通物理事例，通常不会在对面形成团簇，而flasher事例就会如此。图中体现了flasher事例的两大特点：1.flasher PMT本身是最大击中电荷；2.flasher PMT对面的PMT的击中电荷会形成团簇。

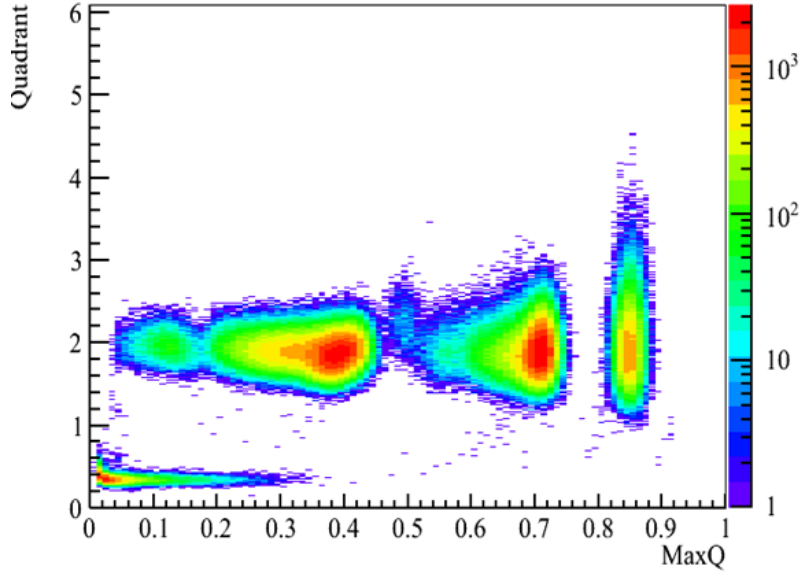


图 4.6: 5 ~ 12 MeV范围内的Quad-MaxQ分布图。左下角的团簇即为普通物理事例，而Quad 较大和MaxQ较大的事例为flasher事例。

对于普通物理事例，Q3的值较小，因此Quad的值也较小；对flasher事例，Q3的值较大，因此，Quad的值也较大。

所以，对普通物理事例，MaxQ和Quad都较小；而对flasher事例，MaxQ和Quad较大。同时考虑这两个变量，则会比较容易地把flasher事例挑选出来。图 4.6就是Quad-MaxQ二维分布图。左下角的团簇即为普通物理事例，而Quad较大和MaxQ较大的事例为flasher事例。

在统计了全能量区间的较多事例之后，我们发现可以以MaxQ 和Quad为轴的椭圆四分之一圆弧可以作为物理事例和flasher事例的判选条件，即

$$Ellipse = (MaxQ/0.45)^2 + Quad^2 \quad (4.2)$$

在 $Ellipse < 1$ ，即椭圆弧内部的，为物理事例； $Ellipse > 1$ ，则为flasher事例。我们还可以表达为对数形式：

$$FID = \log_{10}[(MaxQ/0.45)^2 + Quad^2] \quad (4.3)$$

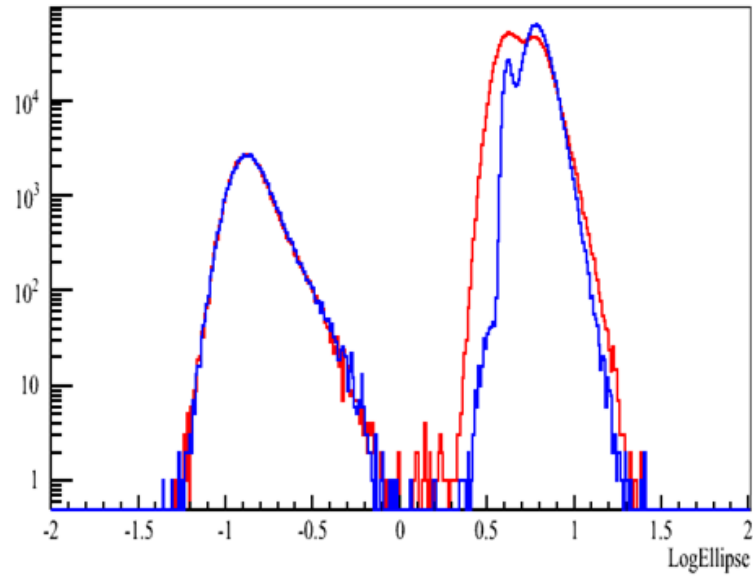


图 4.7: AD1和AD2的FID图，红线为AD1，蓝线为AD2。能量范围是5 ~ 12 MeV。 $FID < 0$ 时，为物理事例； $FID > 0$ 时，为flasher事例。

那么， $FID < 0$ 时，为物理事例； $FID > 0$ 时，为flasher事例。FID的分布见图 4.7。

大亚湾实验组在实验室里也看到了PMT基座打火放出的光子。见图 4.4。

在用FID作为flasher判选条件，将 $FID > 1$ 的事件剔除之后，触发事例能谱分布见图 4.8；顶点分布见图 4.9 最大电荷的PMT分布见图 4.10；可见，此时大亚湾近点（EH1）的AD1和AD2的触发事例能谱相似；顶点分布也相似；最大电荷的分布也相似，不同的PMT在同一量级。由此可见FID作为flasher cut是有效的。FID被采用作为大亚湾的标准flasher cut变量。

Flasher判选效率及污染

flasher判选效率

作flasher cut，难免会有少量好事例被误判为flasher并被排除掉，因此有必要估计flasher cut的效率。为此，我们定义一个变量，flasher比例,R:

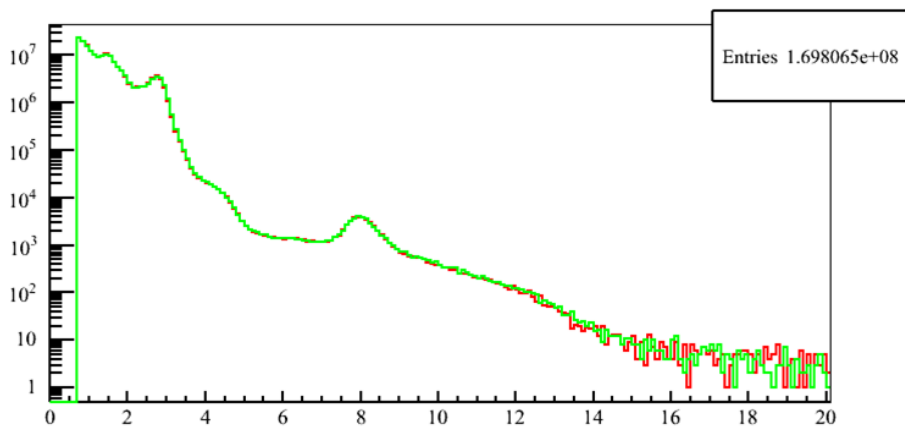


图 4.8: flasher被剔除后AD1 和AD2 的触发事例能谱分布。红色曲线为AD1的能谱；绿色曲线为AD2 的能谱。此时大亚湾近点（EH1）的AD1和AD2的触发事例能谱相似。

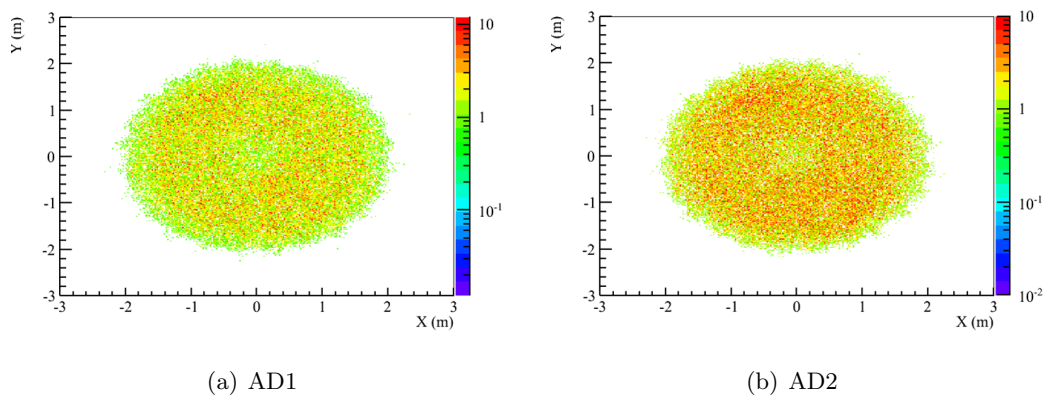
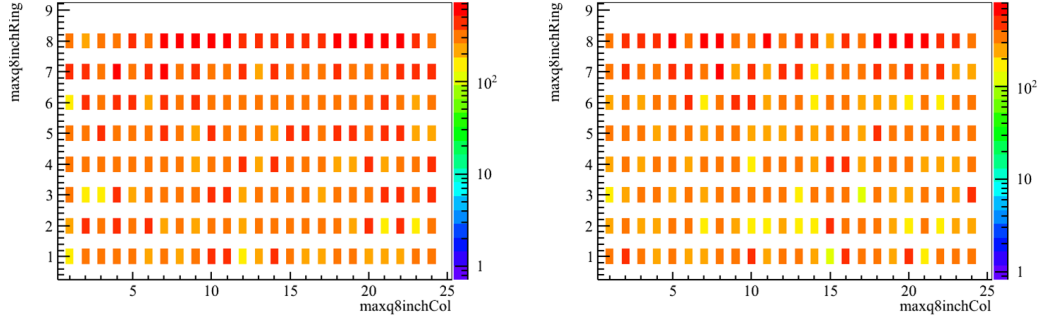


图 4.9: flasher事例剔除后，探测器中的顶点分布。不再有明显的转入，两个AD的顶点分布相似。



(a) AD1

(b) AD2

图 4.10: flasher事例剔除后, 事例最大电荷在PMT上的分布。所有PMT在同一水平上。

$$R(col, ring) = \frac{N(FID > 0|col, ring)}{N(col, ring)} \quad (4.4)$$

其中, ()中的col和ring分别代表PMT所在的列和行的编号。分子上的 $N(FID > 0|col, ring)$ 是这个PMT上 $FID > 0$ 的事例的数目; 分母上的 $N(col, ring)$ 是这个PMT上的总事例数。显然, 对于好的PMT, R值应该很小, 而对于有Flasher的PMT, R值会比较大。192个PMT的R值见图 4.11, 左图是AD1的, 右图是AD2的。红色点的PMT对应的R值较大, 大部分flasher是由这些PMT产生的; 黑色点中, R值相对较高者, 其实也只有1至2个事例, 这样的事例可能是flasher事例, 也可能是被误判为flasher事例的好事例, 后者称为Inefficiency事例。统计能量范围为6-12 MeV。空的bin意味着对应的PMT没有事例被判选为flasher事例。把黑色点的bin视为Inefficiency事例比例的上限, 那么, $(1-R)$ 就是flasher cut的效率的下限。对于6-12 MeV这个能区, AD1和AD2的Inefficiency事例比例均 $< 0.01\%$ 。事实上, 大部分的Inefficiency事例都不是普通物理事例, 也不是flasher事例, 而是通道噪声或者放射性事例。这些都可以在之后作为本底被排除掉。考虑这些因素, 对整个能区, Inefficiency的概率远小于0.02%, 即flasher cut的效率大于99.98%。

Flasher的污染

在低能区, 有部分的flasher事例, $FID < 0$, 因此会被误判为好事例, 对好事例造成“污染”。图 4.12 中红线和蓝线分别是AD1和AD2的Ellipse分布图, 可见 $Ellipse < 1$ 和 $Ellipse > 1$ 的区域并没有明确的界限。为了估计污染事例有

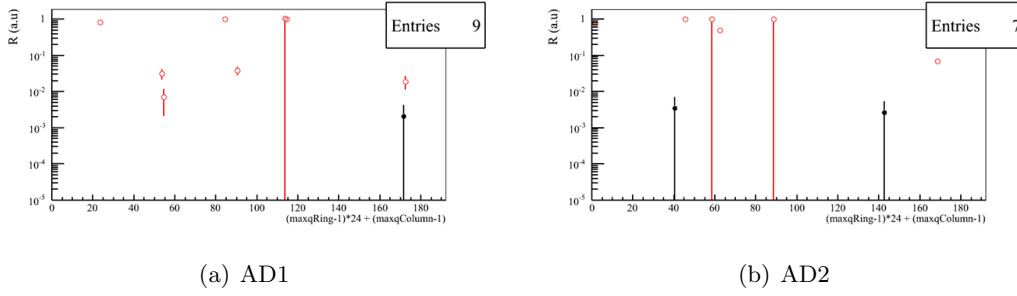


图 4.11: flasher R值分布。左图为AD1的，右图是AD2的。红色点的PMT对应的R值较大，大部分flasher是由这些PMT 产生的；黑色点中，R值相对较高者，其实也只有1至2个事例，这样的事例可能是flasher事例，也可能是被误判为flasher 事例的好事例。统计能量范围为6-12 MeV。

多少，我们以图中“1”附近的凹陷处为 < 1 区域的flasher 事例的上限，作平的外推，即将 $Ellipse < 1$ 的区域内逃逸的flasher 事例视为等于凹陷处的值。这样估计的结果是，在(0.7, 6)MeV，AD1和AD2的污染事例分别 $< 0.8\%$ 和 $< 0.6\%$ 。而在 $> 6\text{MeV}$ 区域，flasher事例和好事例被Ellipse 明确地区分开，没有污染（如图 4.7，它是5 ~ 12MeV的FID分布图。）。

4.2 IBD能谱及其误差

4.2.1 IBD快信号能谱

如2.4.2节所述，在对触发事例完成flasher cut之后，挑选快慢符合信号，去除宇宙线 μ 子，然后进行多重度挑选，就得到了IBD候选事例。将2.4.3节中所述的本底扣除，就可以得到IBD能谱。如果要与预期能谱进行比较，可以对观测IBD能谱进行非线性修正，也可以给预期能谱加上非线性效应，总之二者要么都有非线性效应，要么都没有，才能进行比较。我们选择对观测能谱进行非线性修正，然后和预期能谱进行比较。另外，为了减小统计误差，我们将6AD运行时期的三个近点AD的数据加起来进行比较，即大亚湾近点(EH1) 的AD1和AD2，加上岭澳近点(EH2)的AD3的能谱加起来。图 4.13 是6AD 时期，3个近点AD合并，217 天数据的IBD 快信号能谱；已扣除本底去进行非线性修正。误差棒是统计误差。

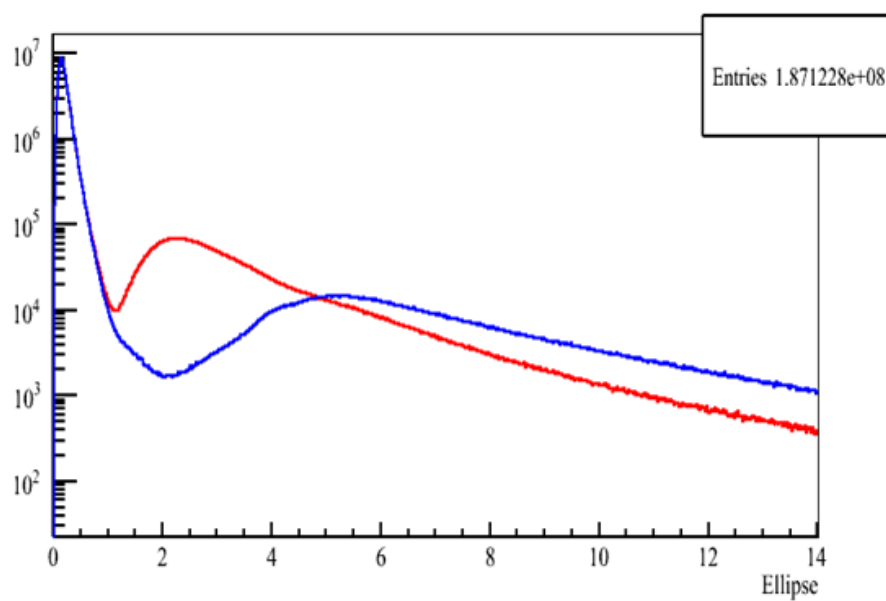


图 4.12: AD1和AD2的Ellipse 分布，红线为AD1，蓝线为AD2。能量范围是0.7 ~ 6 MeV。可见 $Ellipse < 1$ 和 $Ellipse > 1$ 的区域并没有明确的界限。为了估计污染事例有多少，我们以图中“1”附近的凹陷处为 < 1 区域的flasher 事例的上限，作平的外推，即将 $Ellipse < 1$ 的区域内逃脱的flasher 事例视为等于凹陷处的值。

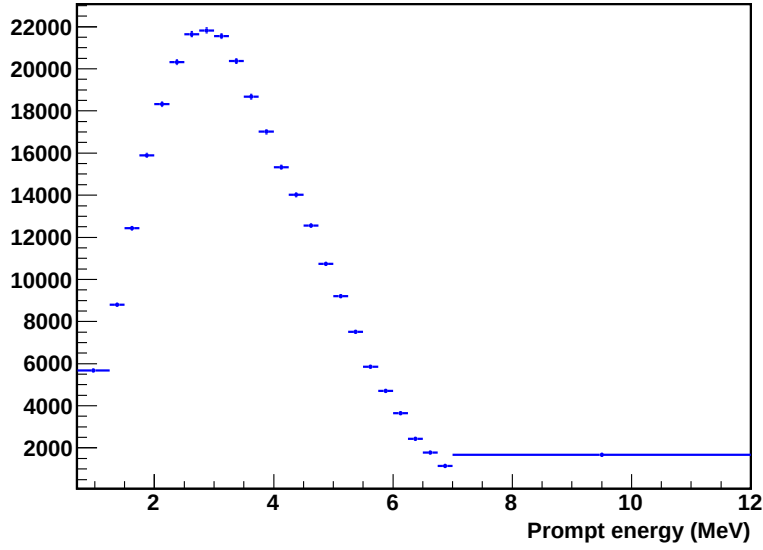


图 4.13: 6AD时间段的近点快信号能谱,三个近点AD相加, 217天的数据; 已扣除本底并进行非线性修正。误差棒是统计误差。

4.2.2 快信号能谱的误差

观测IBD快信号能谱的误差主要来自于统计误差、探测器的系统误差以及本底误差。能谱的研究不仅要知道影响事例率的误差, 还要知道影响谱形的误差, 比如非线性带、能标等来的误差。

系统误差包括绝对探测效率误差、相对探测效率误差、非线性误差、相对能标误差等。表 4.1 中所列是观测IBD 快信号能谱的各项误差大小及关联性。

这里绝对探测效率误差是探测器间关联的, 而相对探测效率误差是探测器间非关联的。探测效率误差不影响谱形, 只影响事例数。根据表2.4, 绝对效率误差为2.1%, 而相对效率误差为0.11%。各项本底在2.3节中有介绍, 其误差是通过模拟和实验相结合确定的。影响谱形的系统误差是非线性误差和相对能标误差。

我们通过Toy MC来估计系统误差。每个bin上的每项误差 σ_i 被视为高斯分布[$\sigma_i \times \text{Gaus}(0,1)$]。以原本的快信号能谱 N_i^{nom} 为中心值, 产生10000 条随机的, 在误差范围内晃动的高斯分布的能谱 N_i^{rand} 。那么, 协方差矩阵就可以由下式求得:

表 4.1: 观测能谱相对误差

		误差值	b2b	AD2AD
绝对探测效率	2.1%	C	C	
相对探测效率	0.11%	C	U	
相对能标	0.5%	C	U	
非线性	$\sim 1\%$	C	C	
acc本底	0.10/9.67	C	U	
alphaN本底	50%	C	U	
Am-C本底	50%	C	C	
fast N本底	0.27/0.78	C	U(EH),C(AD)	
8He/9Li	50%	C	U(EH),C(AD)	
统计误差		U	U	

$$Cov_{ij} = E[(N_i^{rand} - N_i^{nom})(N_j^{rand} - N_j^{nom})] \quad (4.5)$$

bin-to-bin误差为对角元平方根:

$$\sigma_i = \sqrt{Cov_{ii}} \quad (4.6)$$

关联矩阵可表示为:

$$\rho_{i,j} = Cov_{ij}/(\sigma_i\sigma_j) \quad (4.7)$$

我们这样来估计相对能标误差: 相对能标误差是0.5%, 那么, 将原本的快信号能谱分别向左和向右平移0.5%。对每个bin, 平移之后的能谱与原本的能谱的每个bin的差别为,

$$Diff_i^R = (N_i^R - N_i^{nom})/N_i^{nom} \quad (4.8)$$

$$Diff_i^L = (N_i^L - N_i^{nom})/N_i^{nom} \quad (4.9)$$

这两个左右平移造成的能谱bin上的差别, 可以作为toy MC 的误差范围, 则随机能谱可表示为:

$$(N_i^{rand} = (N_i^{nom} \cdot (1 + Diff_i^R \cdot Gaus(0,1) + Diff_i^L \cdot Gaus(0,1))) \quad (4.10)$$

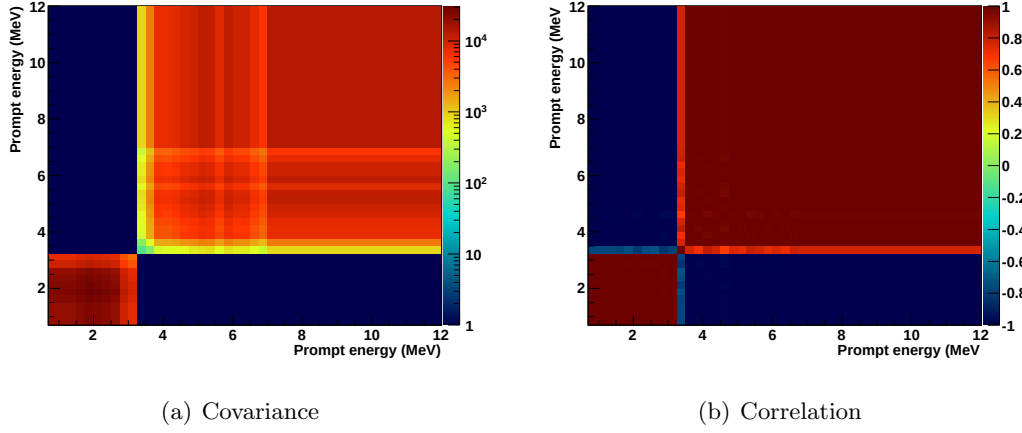


图 4.14: 相对能标误差的协方差矩阵和关联矩阵

产生10000条随机能谱，利用式 4.5, 4.6, 4.7就可以求得相对能标的协方差矩阵，bin-to-bin误差和关联矩阵。图 4.14中，左图和右图分别是相对能标的协方差矩阵和关联矩阵。

对于非线性，我们有多条非线性模型，其中高能物理所的nominal model被采用为官方的标准非线性模型；此外还有4个非线性模型，作为参考模型，被作为标准模型的误差，当作振荡参数拟合的输入项。因此我们用4条参考模型来估计标准模型的误差。分别将标准模型和4条参考模型作为非线性效应作用到能谱上，可以得到5条不同的能谱。然后用标准非线性模型分别修正5条有不同的能谱。被标准模型作用，然后被修正的能谱记为 N_i^{nom} ，被4条参考模型作用，然后被修正的能谱记为 N_i^k ， $k = 1, 2, 3, 4$ ，分别代表4条参考模型。那么， N_i^k 和 N_i^{nom} 的差别可表示为：

$$Diff_i^k = (N_i^k - N_i^{nom}) / N_i^{nom} \quad (4.11)$$

这样就可以得到4条Diff曲线，见图 4.15。这四条曲线可以分别作为toy MC中随机数的1倍sigma误差范围。则可得随机能谱：

$$N_i^{rand} = N_i^{nom} \cdot (1 + \sum_{k=1}^4 Diff_i^k \cdot Gaus(0, 1)) \quad (4.12)$$

将式 5.35的随机能谱代入式 4.5, 4.6, 4.7就可以求得非线性误差的协方差矩阵，bin-to-bin误差和关联矩阵。图 4.16中，左图和右图分别是非线性的协方差矩阵和

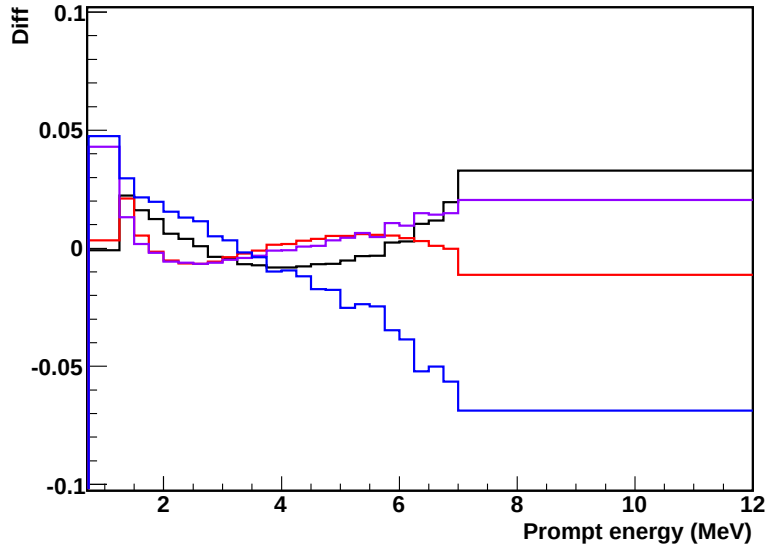


图 4.15: 4条参考非线性模型与标准模型的差别

关联矩阵。

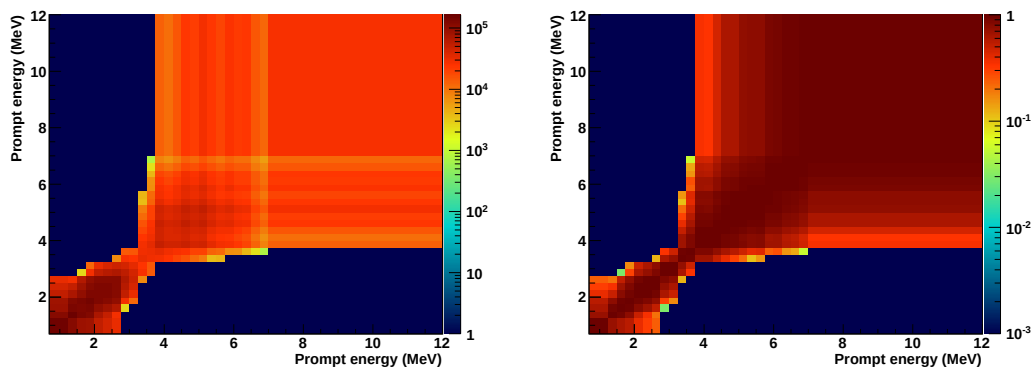
类似的方式可求得其它各项误差的协方差矩阵以及总协方差矩阵。图 4.17中左图和右图分别是总的探测器系统误差和本底误差的协方差矩阵，其中包含了非线性误差、相对能标误差、相对探测效率误差等系统误差以及各项本底误差。在接下来的预期能谱和观测能谱的对比中，比较的是二者的谱形，会将能谱归一化到同样的事例数，不需要包含绝对探测效率误差，所以这里没有的总误差未包含绝对探测效率误差。

以上的系统误差和系统误差一起，将用来做预期能谱和观测能谱的对比。

4.3 观测能谱与预期能谱的比较

如前文所述，Huber等人重新分析了ILL实验的电子能谱数据，得到反应堆裂变核素中微子能谱。但一系列的基线长度小于100米的短基线中微子实验所测得的中微子事例率平均值与Huber等人的结果相比，比值为 0.943 ± 0.023 ，以98.6% 的置信度偏离归一化的值。这意味着可能存在中微子过多的消失，此即反应堆中微子反常现象。

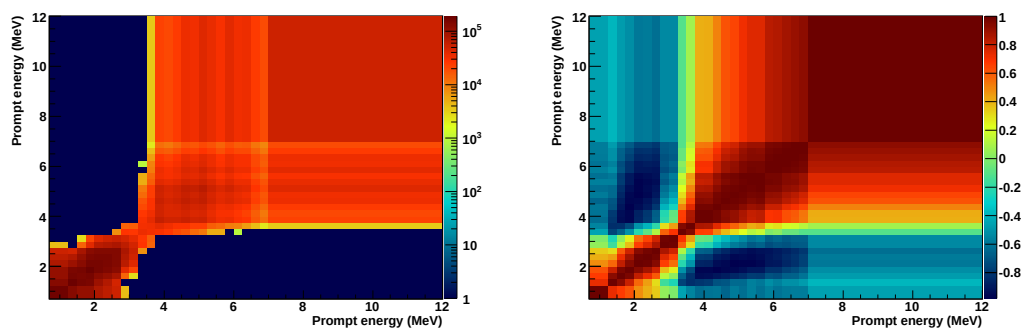
预期能谱是否能很好地描述实验观测的能谱也是广泛关注的问题。为了检验目前基



(a) Covariance

(b) Correlation

图 4.16: 非线性误差的协方差矩阵和关联矩阵



(a) Covariance

(b) Correlation

图 4.17: 系统误差的协方差矩阵和关联矩阵

于模型的反应堆核素能谱，更好地理解反应堆中微子，我们将大亚湾观测的能谱与模型预期的能谱进行直接对比。

4.3.1 由预期中微子能谱到预期快信号能谱

在第3章中，我们研究了预期中微子能谱以及它的误差。要将预期能谱与观测能谱对比，我们可以选择将预期中微子能谱转换成预期快信号能谱，与观测快信号能谱对比；也可以将观测快信号能谱转换成观测中微子能谱，与预期中微子能谱对比。在这一章，我们探讨前一种途径；后一种途径要复杂一些，我们将在下一章详细探讨。

响应矩阵

中微子被探测器中的靶质子捕获后，生成正电子和中子信号。正电子的能量在液闪中沉积，作为光子被PMT收集到。因此我们实际观测到的是正电子，即快信号能谱。生成的正电子在探测器中还受探测器效应的影响，比如探测器的非均匀性、非线性、能标、IAV效应、能量弥散效应等，其观测能量相对真实中微子能量发生了扭曲。要将预期的能谱与观测到的快信号能谱相比较，我们需要让预期中微子能谱经历在探测器中因探测器效应而扭曲形变的过程，成为预期的快信号能谱，这一过程可以通过MC来实现。

我们将一定事例数的预期中微子能谱输入到NuWa MC中，产生出相同数目的IBD事例能谱。NuWa MC过程中包含进了各种探测器效应，比如IAV效应、能量分辨、非均匀性、非线性等。在重建过程中，像处理真实数据一样，进行了能标刻度，非均匀性修正以及将用8MeV的 $n\text{Gd}$ 俘获峰来校准能标。最后，对MC快信号事例进行了MC的非线性修正。最终得到的MC的快信号能谱和输入到MC中的中微子能谱之间有映射关系，二者可以构成一个二维矩阵，此即探测器的响应矩阵。见图 4.18，横坐标是快信号能量，纵坐标是真实中微子能量，包含了 ~ 4 百万个事例，远多于实验中观测到的事例。

假如对响应矩阵的每一行求和，就得到输入的预期中微子能谱；对响应矩阵的第一列求和，就得到了MC的快信号能谱。见图 4.19。

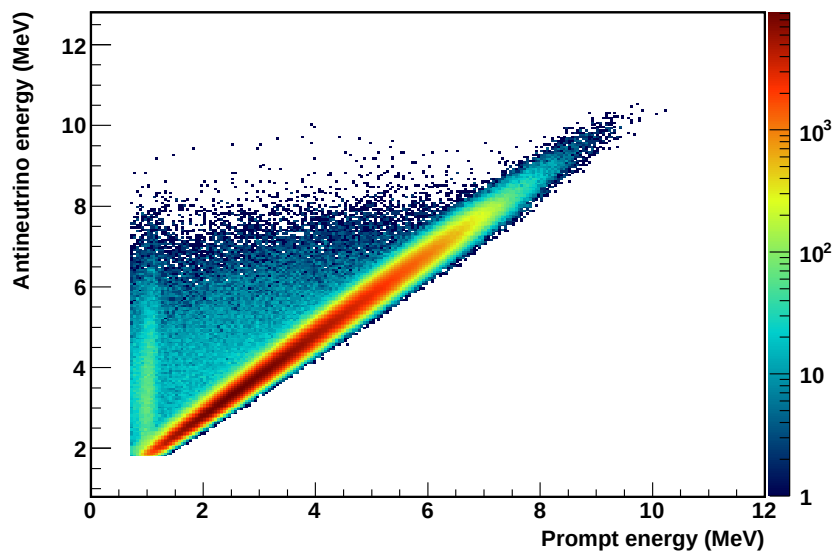
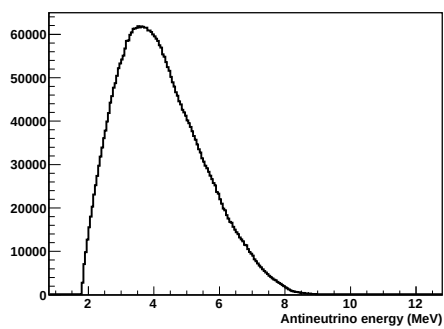
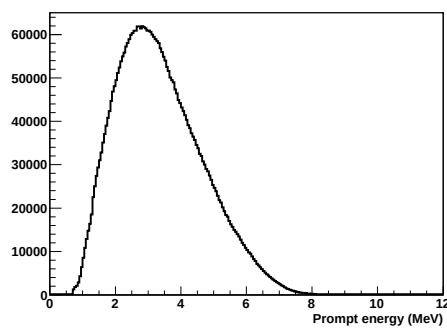


图 4.18: MC响应矩阵。横坐标是快信号能谱，纵坐标是真实中微子能谱。包含 ~ 400 万个MC事例。



(a) MC的中微子能谱



(b) MC的快信号能谱

图 4.19: MC的中微子能谱和快信号能谱

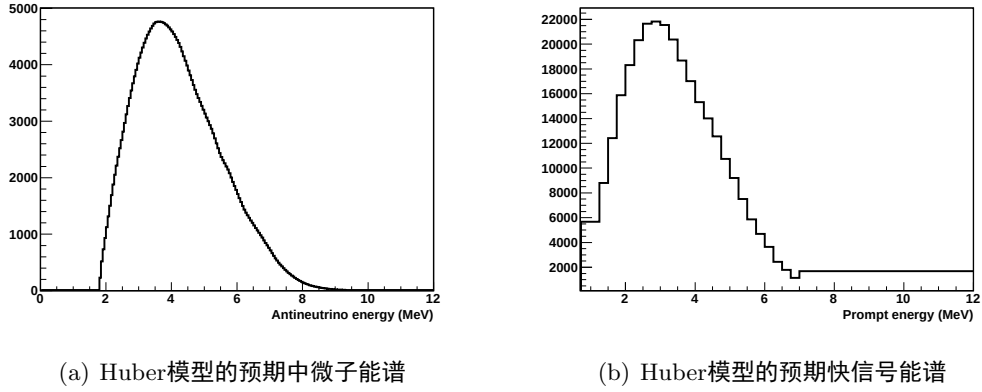


图 4.20: Huber模型的预期能谱

从中微子能谱到正电子能谱

有了响应矩阵，我们就可以将预期中微子能谱转换为对应的带有探测器效应的快信号能谱。设图 4.18中的响应矩阵为 $\{M_{ij}\}$ ，4.19的左图中的MC 中微子能谱为 $\{Nu_i\}$ ，则有，

$$A_{ij} = M_{ij}/Nu_i \quad (4.13)$$

$\{A_{ij}\}$ 即为探测器响应的概率矩阵。其矩阵元 A_{ij} 的含义是：能量在第*i*个bin的中微子事例被探测器俘获后，沉积为能量在第*j*个bin的快信号事例的概率。如果把我们要转换的中微子能谱 T_i 乘到 $\{A_{ij}\}$ 上，再对第一列求和，就可以得到 T_i 对应的快信号能谱， Pe_j ，此即我们要求的正电子能谱。

$$Pe_j = T_i * A_{ij} \quad (4.14)$$

以第3章中的Huber模型为例，其在探测器中6AD时期的预期能谱如图 4.20中左图所示。它经过上述转换后得到的快信号能谱如图中右图所示。

考虑 3.4一节中所讨论的各项反应堆相关误差，可以用与 4.2.2一节中类似的方法，通过Toy MC估计出反应堆相关的各项误差及其总误差的协方差矩阵，作为预期能谱的协方差矩阵。

在能谱比较的研究中，我们主要用于与观测能谱对比的是Huber(^{235}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu ,) + Mueller(^{238}U)模型和理论预期的能谱。图 4.21中左图就是基于Huber+Mueller模

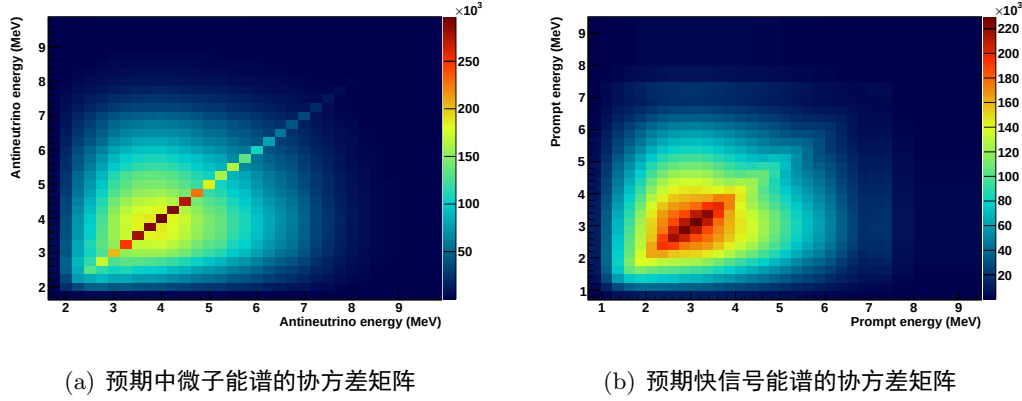


图 4.21: 基于Huber+Mueller模型的预期能谱的协方差矩阵

型的预期中微子能谱的总协方差矩阵；右图预期快信号能谱的总协方差矩阵。

4.3.2 能谱比较

在第3章中介绍了预期中微子能谱及其误差，在本章前面小节中介绍了观测能谱及其误差，以及由预期中微子能谱到预期快信号能谱的转换。至此，我们就可以将预期快信号能谱和观测快信号能谱进行直接对比。我们采用了6AD时期，217天的数据，为了增加统计量，将三个近点探测器的IBD快信号能谱叠加起来。图 4.13即是用来比较的观测能谱，图 4.17即是其系统误差的协方差矩阵，因为能谱对比是为了研究观测能谱和预期能谱的谱形差别，因此事先将二者归一化到相同事例数，所以系统误差中未包含进绝对探测效率误差。观测能谱系统误差矩阵加上统计误差就是观测快信号能谱的总协方差矩阵。图 4.19(b) 是基于Huber+Mueller 模型的预期快信号能谱，图 4.21(b)则是其总协方差矩阵。

图 4.22 即是观测快信号能谱与预期快信号能谱的对比结果。图中黑点就是观测能谱与预期能谱的比值，误差棒是观测能谱的统计误差。绿色带子是反应堆的1倍sigma误差范围。灰色带子是总误差的一倍sigma误差范围，即反应堆相关误差，探测器相关系统误差，和观测能谱统计误差的总和。探测器系统误差包含了本底误差。误差取的是协方差矩阵的对角元的平方根。图中蓝线也是观测能谱与预期能谱的比值，不过这里的观测能谱是用旧的非线性模型修正的（黑点用的是最新的非线性模型）。从图中可见，观测能谱与预期能谱在 $(0.7, 4)\text{MeV}$ 和 $> 6\text{MeV}$ 范围内符合得较好，差别在总误差

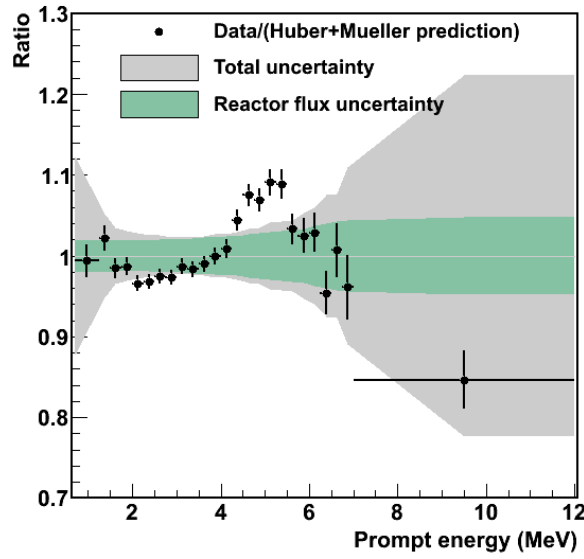


图 4.22: 快信号能谱对比。横坐标是快信号能量，纵坐标是归一化后的观测快信号能谱除以预期快信号能谱的比值。

的1倍sigma范围以内。而在(4, 6)MeV 范围内，观测能谱相对预期能谱有一个超出，其峰值约高出10%。这个超出目前受到广泛关注。

为了量化预期能谱与观测能谱的差别，以便于不同研究组之间对比，我们可以计算能谱对比的 χ 值，其表达式如下：

$$\chi^2 = (T_i - M_i)^T V^{-1} (T_j - M_j) \quad (4.15)$$

其中， T_i 和 M_i 分别是预期能谱和观测能谱的第*i*个bin。而 V^{-1} 是总协方差矩阵的逆矩阵。这里总协方差矩阵包括反应堆相关误差、探测器相关系统误差和统计误差等。探测器相关系统误差中也包含了本底误差。快信号能谱范围是[0.7, 12]MeV，有25个bin，由于预期能谱和观测能谱归一化到相同事例数，减少一个自由度，故自由度为24个。因此， $\chi^2 / \text{ndf} = 45.2 / 24$ ，对应Huber+Mueller 模型预期能谱与观测能谱的差别是 2.4σ 。如果预期能谱是ILL+Vogel模型，则差别为 2.2σ 。表明观测能谱与预期能谱谱形差别明显。

从能谱对比图上看，观测快信号能谱与预期快信号能谱的差别主要是4 ~ 6MeV 的

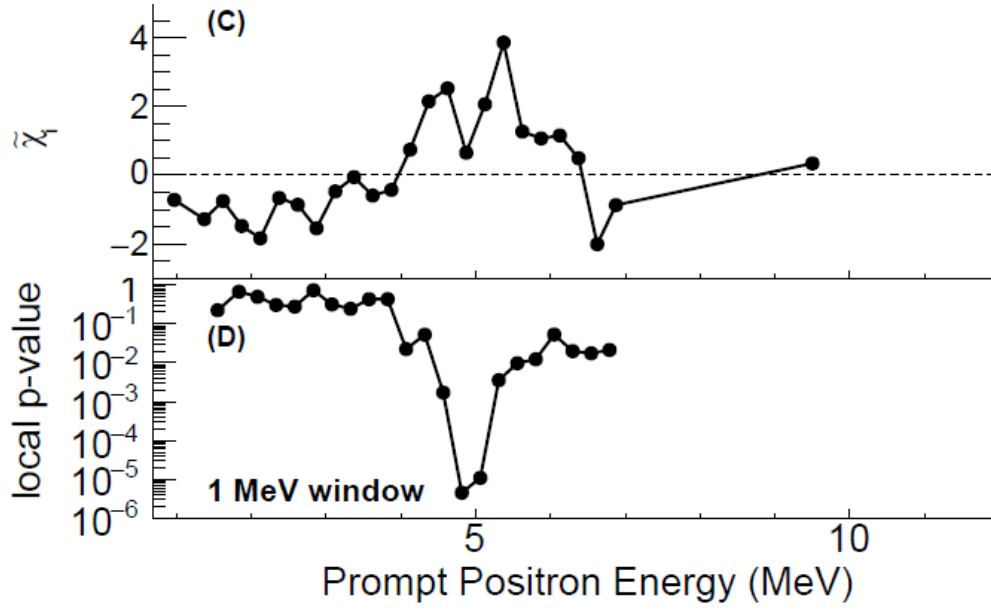


图 4.23: 上图：每个bin的 χ^2 贡献。下图：能量窗口宽度为1MeV的局部p-value扫描结果。

局部结构贡献的，为了定量地描述能谱局部的差别，我们可以用每个bin的开方贡献和能量窗口扫描两种不同的方法。每个bin的开方贡献可以通过下面表达式定量给出：

$$\tilde{\chi}_i = \frac{N_i^{obs} - N_i^{pred}}{|N_i^{obs} - N_i^{pred}|} \sqrt{\frac{1}{2} \sum_j (\chi_{ij}^2 + \chi_{ji}^2)} \quad (4.16)$$

其中， $\chi_{ij}^2 = (N_i^{obs} - N_i^{pred}) V_{ij}^{-1} (N_j^{obs} - N_j^{pred})$ 。其所得每个bin的开方贡献结果见图 4.23的上图。局部结构扫描的办法，是在1MeV宽的能量窗口中计算其p-value。在这种方法中，N 个Bin对应振荡拟合函数中的N个拟合参数。假设预期能谱为真实分布，可求出在引入N个拟合参数之前和之后的 χ_{min}^2 ，以及两者的差别 $\Delta\chi^2/ndf$ 。 $\Delta\chi^2/ndf$ 对应的p-value的分布见图 4.23的下图。在4 ~ 6MeV， $\Delta\chi^2/ndf$ 对应的p-value是 4.66×10^{-5} ，即 4.1σ 。

除了以快信号谱的形式对比预期能谱和观测能谱，还可以以中微子能谱的形式对比。我们将在下一章介绍。

如前文所述，目前一系列短基线中微子实验观测到的中微子事例率与Mueller、Huber等

人给出的预期有超过1倍 σ 的偏差。如果预期中微子通量是可靠的，那么观测到的中微子有丢失，此即反应堆中微子反常。

在谱形方面，经过对比可知，观测能谱相对预期能谱有约 2σ 的超出；在快信号能量的4~6MeV处有约 4σ 的超出。因此，目前的预期模型并不能很好地描述真实的反应堆中微子事例率或谱形。

最近用ab-initio方法计算的预期中微子能谱 [67]与此前的预期模型相比，同样在4-6MeV范围有类似的超出，[67]中指出超出主要来自一些在4-6MeV比较显著的裂变子核衰变分支的贡献。

[67]的局限在于核数据库只有 $\sim 90\%$ 的衰变分支数据，并且衰变分支的误差、分支的权重以及不同衰变分支能谱的关联性等，这些因素导致其能谱误差较大，大于谱形的差别。

此外，最近有研究认为 [68] 应该比基于ILL测量的Beta谱的预期能谱的事例率和谱形上都增加4%的额外误差。换句话说，可能目前的预期模型的误差可能被低估了。如果增加预期能谱误差，能谱的差别和事例率的差别的置信度都会明显降低。就ILL实验而言，其文章中误差的分析比较粗略：1.对转换误差等没有具体的分析；2.只给出beta能谱统计误差，而未给出转换后中微子谱的统计误差；3.其文章中介绍的各项误差之和与最终给出的总误差并不吻合。Mueller的能谱中，未考虑数据库本身的误差。数据库误差从2 ~ 8MeV有1.2% ~ 13.3%。因此，对ILL等实验的误差分析是值得商榷的。

我们需要有新途径进行反应堆中微子能谱的预期。而大亚湾高精度、高统计量的观测能谱能够提供新的途径。更多信息见下一章。

第五章 从正电子能谱到中微子能谱

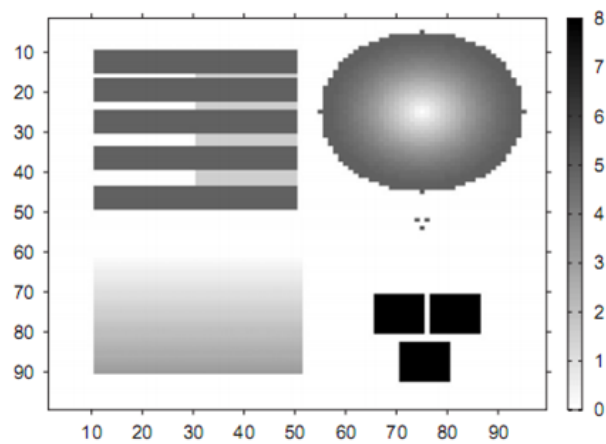
这一章将介绍能谱反解以及通用中微子能谱。如果我们能获得真实中微子能谱，就可以将其与预期中微子能谱进行直接比较；其次，还可以由次获得通用的中微子能谱，用于给其它类似的反应堆中微子实验提供预期能谱。此外，这还有助于我们更深入地了解反应堆中微子。

由真实中微子能谱转换到快信号能谱，这叫Fold过程；由观测快信号能谱转换到真实中微子能谱，这叫Unfold过程。

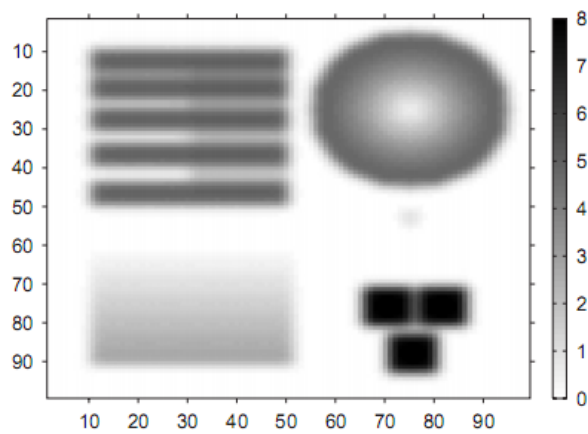
这一章将先介绍能谱反解原理和方法，包括Bayes 迭代法[69]和SVD[70] 正规化方法。然后介绍介绍对这些反解方法的检验，包括反解过程引入的偏差的估计、反解过程的误差传递的检验以及开方检验等。第三部分，我们会介绍对大亚湾观测快信号能谱的反解到真实中微子能谱的结果。最后，我们将反解得到的真实中微子能谱与预期能谱进行直接对比。

5.1 能谱反解简介

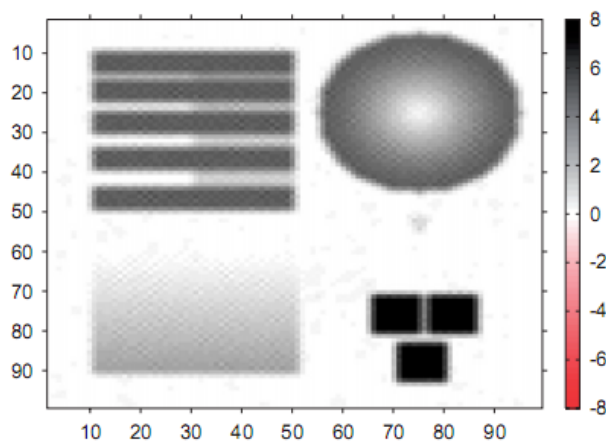
由于探测器有限的能量分辨率以及其它效应，加上有限的统计量等原因，实验上观测到的分布并不是真实分布，而是被扭曲后的结果。由被探测器效应扭曲后的分布估计真实分布的过程，就叫反解，英文叫Unfolding。以图 5.1为例，图 5.1(a)是真实分布，图 5.1(b) 是直接观测到的分布，而图 5.1(c)是反解后的分布。由于分辨率及有限的统计量等原因，观测分布变得“模糊”了，而反解过程就是在一定程度上找回丢失的信息，让分布尽可能接近真实分布。反解过程虽然不能百分之百还原真实信息，但可以一定程度上还原。如果还原的误差明显小于观测分布本身的误差，则还原是有意义的。



(a) 真实分布



(b) 观测分布



(c) 反解后的分布

图 5.1: 能谱反解举例示意图

设观测分布为 $M(y)$ ，真实分布为 $T(x)$ ，而探测器响应矩阵为 $A(y, x)$ 。我们有如下关系式：

$$M(y) = \int A(y, x)T(x)dx \quad (5.1)$$

其中，观测分布 $M(y)$ 是实验直接测得的，为已知值；响应矩阵 $A(y, x)$ 可在深入研究探测器效应后，通过MC获得，如在第4章中的介绍。而真实分布 $T(x)$ 是未知的，也是反解的目标。上式就是一个线性方程组，可见反解过程需要做的是解线性方程组，其直接解法就等效于对响应矩阵 $A(y, x)$ 求逆。但问题在于，这个方程组中的响应矩阵 $A(y, x)$ ，通常都是病态的矩阵（比如，矩阵元之间差别极小，远小于其误差），这个方程组也就是所谓病态线性方程组。病态矩阵很难求逆，因此，这样的方程组无法直接求解，只能通过间接方法求解。幸好数学上为我们提供了可行的间接求解方法。目前被广泛应用的反解方法有Bayes迭代法和SVD正规化方法。

反解问题并不是实验物理学仅有的问题，而是只要涉及探测都可能会面临，比如天文学、医学成像、数据获取、图像重建等领域都有研究。在高能物理领域，反解问题也被广泛研究和应用。反解问题在高能物理领域也被广泛研究和应用，使用过反解方法的实验有OPAL 实验(Bayes迭代法)、AMS 实验(Bayes迭代法)、Fermi-LAT 实验(Bayes迭代法)、BaBar 实验(SVD正规化法)、ATLAS实验、CMS实验、Alice实验等(后面三个实验对Bayes 迭代法和SVD 正规化法都有研究或应用)……

5.1.1 Bayes迭代法

用Bayes迭代法[69]解决反解问题有很多优点，比如

- 理论上没有疑问。
- 可以用来解决多维反解问题。
- 允许观测分布和真实分布有不同的bin数。
- 允许探测效率小于1，即观测事例数小于真实事例数。
- 可以考虑进本底
- 程序简短，运行快速等。

Bayes迭代法的数学原理基础就是Bayes定理：

$$P(C_i|E_j) = \frac{P(E_j|C_i)P(C_i)}{\sum_{l=1}^{n_c} P(E_j|C_l)P(C_l)} \quad (5.2)$$

其中， $P(C_i)$ 是事件 C_i 发生的概率， $P(E_j|C_i)$ 是在事件 C_i 发生的情况下，事件 E 发生的概率；而 $P(C_i|E_j)$ 则是在事件 E 发生的情况下，事件 C_i 发生的条件概率。对应物理实验中的情况，事件 C_i 就是真实的分布，而事件 E_j 就是探测器直接观测到的分布。 $P(C_i)$ 是未知的，但我们可以预先给估计一个初值 $P_0(C_i)$ ，代入式 5.3，就可以得到

$$P_0(C_i|E_j) = \frac{P(E_j|C_i)P_0(C_i)}{\sum_{l=1}^{n_c} P(E_j|C_l)P_0(C_l)} \quad (5.3)$$

其实 $P_0(C_i|E_j)$ 就是探测器响应矩阵 M_{ij} ，即

$$M_{ij}^0 = \frac{P(E_j|C_i)P_0(C_i)}{\sum_{l=1}^{n_c} P(E_j|C_l)P_0(C_l)} \quad (5.4)$$

将观测分布 $n(E_j)$ 直接与响应矩阵 M_{ij}^0 相乘，

$$n_1(C_i) = \sum_{j=1}^{n_E} M_{ij}^0 n(E_j) \quad (5.5)$$

$n_1(C_i)$ 就是第0次迭代获得的反解后的分布，可得 C_i 的概率密度为

$$P_1(C_i) = \frac{n_1(C_i)}{\sum_{i=1}^{n_c} n_1(C_i)} \quad (5.6)$$

将式 5.6 代入式 5.4 中，可得一个修正后的响应矩阵 M_{ij}^1 ，将 M_{ij}^1 代入式 5.7 中，可得 n_2 ，

$$n_2(C_i) = \sum_{j=1}^{n_E} M_{ij}^1 n(E_j) \quad (5.7)$$

$n_2(C_i)$ 即是第一次迭代后获得的反解后的分布。如此，迭代可以一直做下去，上面各式中的变量上标替换为 M_{ij}^k ， $n_{k+1}(C_i)$ 和 $P_{k+1}(C_i)$ ，直到获得的 $n_{k+1}(C_i)$ 相对真实分布偏差足够小为止。

$$n_{k+1}(C_i) = \sum_{j=1}^{n_E} M_{ij}^k n(E_j) \quad (5.8)$$

由式 5.8可知，反解后的能谱，其误差来源于两个方面： $n(E_j)$ 和 M_{ij} 。误差可由误差传递公式求得。来自于观测分布 $n(E_j)$ 的误差

$$V(n(C_k), n(C_l)) = \sum_{i,j=1}^{n_E} \frac{\partial n(C_k)}{\partial n(E_i)} V(n(E_i), n(E_j)) \frac{\partial n(C_l)}{\partial n(E_j)} \quad (5.9)$$

其中 $V(n(E_i), n(E_j))$ 是观测分布 $n(E_j)$ 的协方差矩阵，进一步可得，

$$V_{kl}(n(E)) = \sum_{j=1}^{n_E} M_{kj} M_{lj} n(E_j) \left(1 - \frac{n(E_j)}{N}\right) - \sum_{i,j=1; i \neq j}^{n_E} M_{kj} M_{lj} \frac{n(E_i) n(E_j)}{N} \quad (5.10)$$

类似地用误差传递公式进行计算，可得响应矩阵贡献的误差为，

$$V_{kl}(M) = \sum_{i,j=1}^{n_E} n(E_i) n(E_j) \text{Cov}(M_{ki} M_{lj}) \quad (5.11)$$

最终，反解后的分布的误差为

$$V_{kl} = V_{kl}(n(E)) + V_{kl}(M) \quad (5.12)$$

5.1.2 SVD正规化方法

如上文所述，求真实分布的过程就是解纯性方程组 5.13 的过程，

$$M(y) = \int A(y, x) T(x) dx \quad (5.13)$$

直接的解法就等效于求响应矩阵 $A(y, x)$ 的逆。数学上，这种方程组的直接求解还可以通过响应矩阵进行SVD(Singular Value Decomposition)来求解。但同样的，对于病态线性方程组，直接SVD求解也会遇到无法得到合理结果的问题。不过在SVD过程中引入正规化方法，反解就可以得到合理的结果，此即SVD正规化方法[70]。为了介绍SVD 正规化方法，让我们先从没有正规化的SVD直接解法开始。

没有正规化的SVD解法

式 5.13可以表达为

$$Ax - b^T B^{-1}(Ax - b) = \min \quad (5.14)$$

其中，A是响应矩阵，b是观测分布，x是待求的真实分布，B 是观测分布的误差，B可以表示为，

$$B = QRQ^T \quad (5.15)$$

其逆矩阵可以表示为，

$$B^{-1} = QR^{-1}Q^T \quad (5.16)$$

其中, $R_{ii} = r_i^2 \neq 0, R_{ij} = 0, \text{for } i \neq j$, 则有,

$$\tilde{A}_{ij} = \frac{1}{r_i} \sum_m Q_{im} A_{mj} \quad (5.17)$$

$$\tilde{b}_i = \frac{1}{r_i} \sum_m Q_{im} b_m \quad (5.18)$$

响应矩阵的MC模拟中输入的真实分布为 x_j^{ini} , 那么设一个向量为

$$w_j = \frac{x_j}{x_j^{ini}} \quad (5.19)$$

将式 5.16, 式 5.17, 式 5.18和 5.19代入式 5.14中, 可得,

$$(\tilde{A}w - \tilde{b})^T (\tilde{A}w - \tilde{b}) = \min \quad (5.20)$$

下面再通过SVD对 $\tilde{A}$ 进行转动, 获得对角矩阵:

$$\tilde{A} = U S V^T \quad (5.21)$$

则有,

$$d = U^T \tilde{b} \quad (5.22)$$

$$z = V^T w \quad (5.23)$$

则式 5.20就可以表示为,

$$S z - d^T (S z - d) = (S z - d)^2 = \min \quad (5.24)$$

则有,

$$Z_i = \frac{d_i}{s_i} \quad (5.25)$$

由式 5.23有

$$w = V z \quad (5.26)$$

由式 5.19我们知道w就等效于反解能谱x。最终, 能谱的反解就成了求解式 5.31。对于大亚湾能谱反解, d_i 的分布见图 5.2左图, s_i 的分布见图 5.2右图。由图中可见, 随

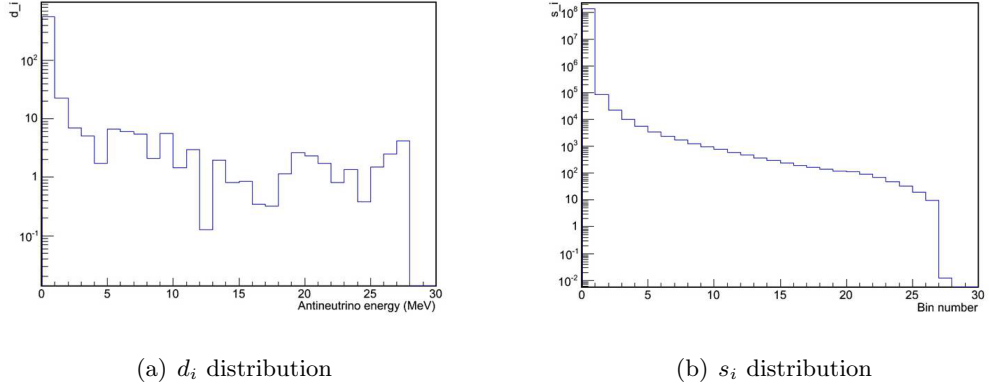
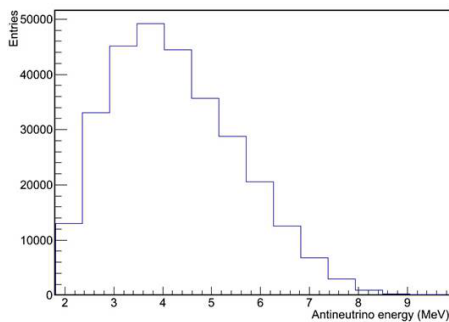


图 5.2: SVD反解过程中的 d_i 和 s_i 分布。

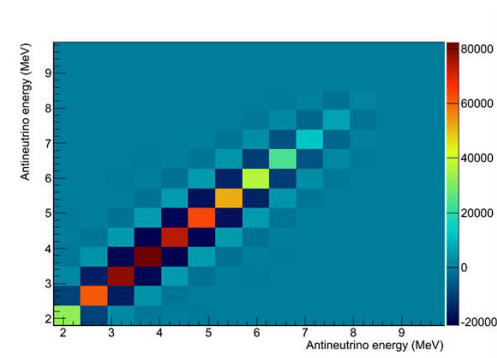
随着bin编号的变大， s_i 递减， d_i 也起初也是递减趋势，但到一定程度后，就不再递减，而是在1附近上下波动。这里因为在高bin部分的bin中，统计量太小，统计涨落太大。由上面的推导可见d是由观测分布b除以观测分布协方差矩阵SVD分解后的对角元再转动后获得，在高bin中，其分母变大，分子变小，以至于 d_i 不再变小，而是在1附近波动。而由式

5.31可见， $Z_i = d_i/s_i$ ，随着bin的递增， s_i 作为分母递减，而 d_i 在达到一定程度后（大约 $i > 14$ 后）就在1附近波动，这就造成 Z_i 在高bin部分波动越来越大。观测分布的统计涨落在这里会被越来越夸张地放大，这是非物理的波动。所以，如果总bin数不超过14，那么每个bin中的统计量都足够大，统计涨落在反解过程中不会被放大，就可以得到合理的反解结果，见图 5.3。但如果bin数大于14，反解结果就会出现被放大的涨落结构，见图 5.4。

而对于反应堆中微子物理来说，14个bin的中微子能谱没有足够的能谱信息，不满足要求。基于ILL实验得出的预期能谱都是0.25 MeV每个bin，仅在2 ~ 8 MeV就有25个bin，到9.5MeV左右的话，有30个bin左右。大亚湾官方观测IBD快信号能谱在主要能量区域也是0.25 MeV每个bin。而未来中微子实验，对能谱的要求只会更高，而不会更低。因此，最好反解后的能谱最好能保持0.25 MeV每个bin的宽度。对于SVD方法，要得到足够多的能谱信息，我们需要对方法进行改进，使得低统计量的部分的统计涨落结构得到压制，而不是被放大。正规化方法就可以解决这个问题。

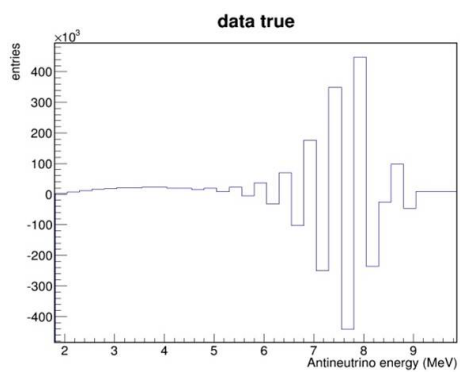


(a) 14个bin时的反解后能谱

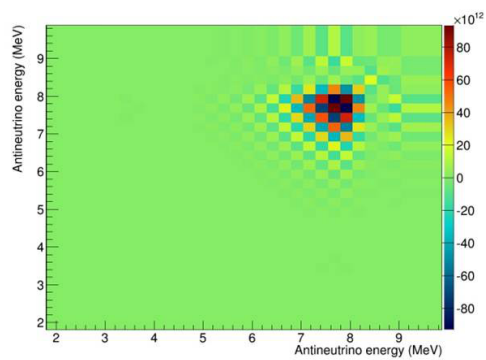


(b) 14个bin时反解能谱的协方差矩阵

图 5.3: 14个bin时无正规化的能谱反解结果。



(a) 30个bin时的反解后能谱



(b) 30个bin时反解能谱的协方差矩阵

图 5.4: 30个bin时无正规化的能谱反解结果。

SVD正规化方法

正规化方法就是在式 5.20的左边加入一个正规化项，写为：

$$(\tilde{A}w - \tilde{b})^T(\tilde{A}w - \tilde{b}) + \tau \cdot (Cw)^T(Cw) = \min \quad (5.27)$$

其中， τ 是一个正规化的参数，

$$\tau = s_k^2 \quad (5.28)$$

其中， s_k 就是上文中 s_i 分布中当 $i = k$ 时的值， k 为 d_i 分布由递减开始变为在1附近波动的临界点的 i 的值，对图 5.2的左图， $k = 14$ 。

式 5.27中的 C 是正规化矩阵，这里假设求解的能谱是光滑的，bin与bin之间没有巨大的跳变，那么 C 建议取为

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & & \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \\ & & & 1 & -2 & 1 \\ & & & & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

经过推导，可得，

$$d_i^\tau = d_i \frac{s_i^2}{s_i^2 + \tau} \quad (5.30)$$

$$Z_i^\tau = \frac{d_i s_i}{s_i^2 + \tau} \quad (5.31)$$

d_i^τ 的分布见图 5.5。图中深蓝色曲线为未做正规化的情况下的 d_i 分布，浅蓝色曲线为正规化情况下的 d_i^τ 分布。可见，在做正规化的情况下，随着 i 的增加， d_i 没有再在1附近波动，而是总体呈递减趋势。这样的话， Z_i^τ 在就不会随着 i 的增大而呈现剧烈波动，即统计涨落结构被压制了。图 5.6为SVD正规化方法的反解结果，可见统计涨落结构被很好地压制了。

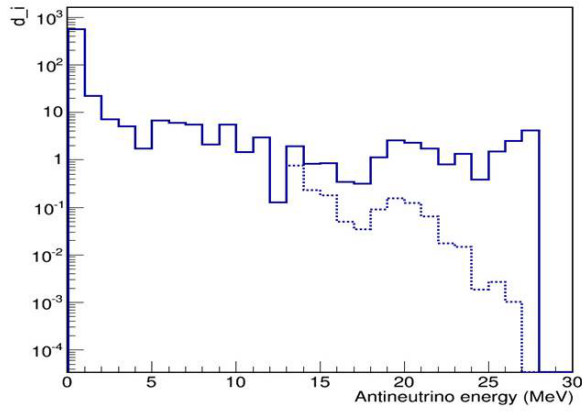
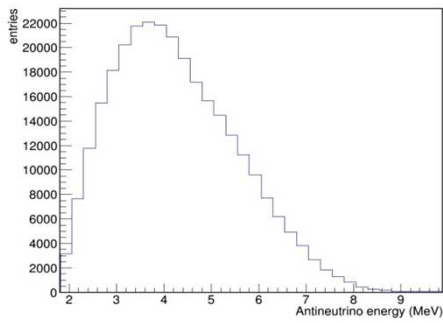
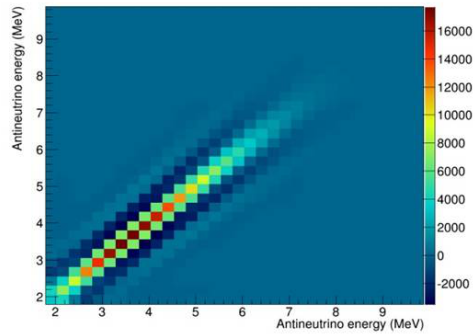


图 5.5: SVD解法中的 d_i 分布。图中深蓝色曲线为未做正规化的情况下的 d_i 分布，浅蓝色曲线为做正规化情况下的 d_i^T 分布。可见，在做正规化的情况下，随着 i 的增加， d_i 没有再在1附近波动，而是总体呈递减趋势。



(a) 30个bin时的反解后能谱



(b) 30个bin时反解能谱的协方差矩阵

图 5.6: SVD正规化方法反解结果

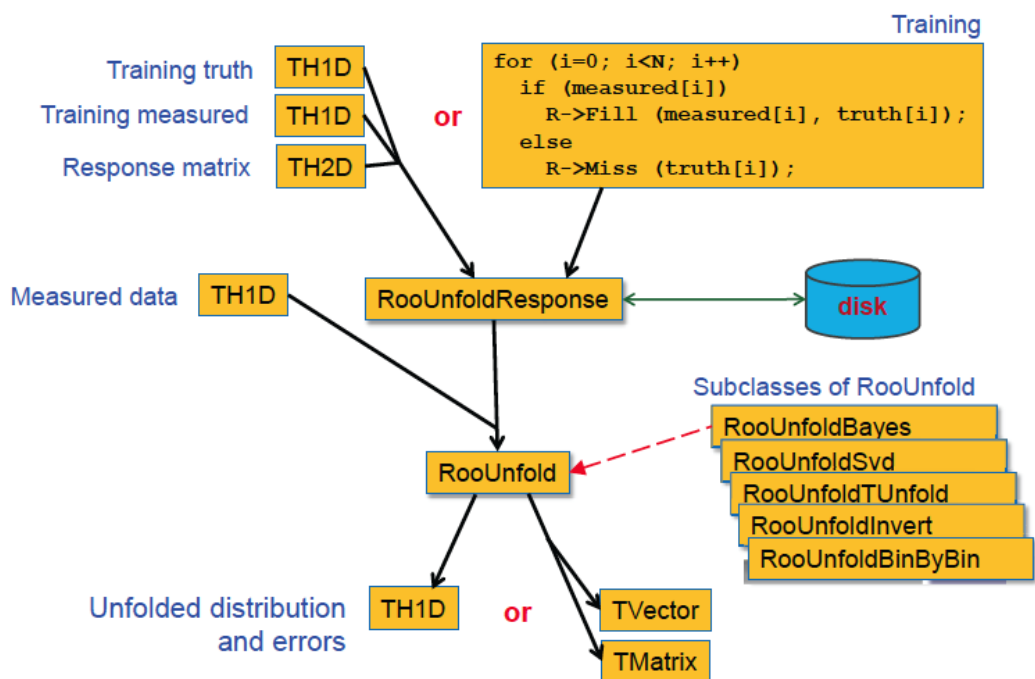


图 5.7: RooUnfold架构介绍，其中包含了5种反解方法，其中对病态矩阵问题最有用的还是Bayes 迭代法和SVD 正规化方法。RooUnfold 可以直接在ROOT上面使用。

5.1.3 能谱反解程序包：RooUnfold

关于能谱反解，在ROOT上的TSVDUnfold就是基于的SVD正规化方法的反解算法。后来Tim Adye等人写了基于ROOT的RooUnfold程序包[71]，其中不仅包含了我们前面介绍的Bayes 迭代法图 5.13(b)和图 5.13(c)、SVD正规化方法，还包含了TUnfold方法、BinByBin修正方法和求逆矩阵方法等，见图 5.7。对于病态矩阵问题比较有用的还是Bayes 迭代法和SVD正规化方法。

RooUnfold程序包目前已经被多个高能物理实验检验或使用，包括BarBar实验，CMS实验，ATLAS实验，ALICE实验，ANTARES 实验和LHCb实验等。关于RooUnfold的更多详细介绍，可以直接上RooUnfold网页[71]。

5.1.4 正规化参数的确定

对SVD正规化方法，为了压制被放大的统计涨落结构，引入了一个正规化项，其中对应一个正规化参数 τ 。由式 5.28我们知道， $\tau = s_k^2$ 。k是 d_i 分布中随i 的增加 d_i 值从递减到在1 附近波动的临界点。因此，在进行反解之前，我们需要确定并选择k 值，我们称它为Kreg。Kreg 太大或太小都不适宜，

- 如果Kreg太大：则正规化太弱，非物理的涨落结构被放大，反解结果不准确。
- 如果Kreg太小：则正规化太强，则反解后的分布偏离分布，靠近MC响应矩阵中的初始分布。这样导致的Bias，我们称为“内在Bias”。
- 所以，正规化参数的选择，就是在非物理涨落结构与内在Bias之间寻找一个平衡点，在这里两者都足够小，两者的总影响造成的总的Bias达到最小。此时的Kreg就是合理的。

对于图5.2左图中的情况，最佳Kreg就是在14 附近。

对于Bayes方法，迭代次数就类似于SVD正规化方法中的正规化参数。如果迭代次数过少，则反解结果偏向MC响应矩阵中输入的初始分布，即内在Bias较大；如果迭代次数过多，则观测分布的统计涨落会在迭代中不断地被放大，导致反解结果失真。因此，Bayes迭代法也需要在内在Bias与涨落结构中寻找平衡点。在RooUnfold中，Bayes迭代法的迭代次数和SVD 正规化方法的k值都统一被称为正规化参数，即Kreg。除了SVD正规化方法可以通过 d_i 分布来判断之外，Bayes 迭代法和SVD正规化方法的最佳Kreg都可以通过“测试分布”来判断：

- 即设计“测试真实分布”，它最好与待求解的真实分布差别不要太大。
- 将“测试真实分布”由响应矩阵转换为“测试观测分布”。
- 将“测试观测分布”反解。每次反解输入不同的正规化参数Kreg值，得到不同的Kreg对应的反解后的分布。
- 将不同的“反解后分布”与“测试真实分布”相对比，比较总Bias大小以及卡方值大小。Bias和卡方值都在极小的点，即对应最佳Kreg值。卡方的表达式为：

$$\chi^2 = (T_i - M_i)^T V^{-1} (T_i - M_i) \quad (5.32)$$

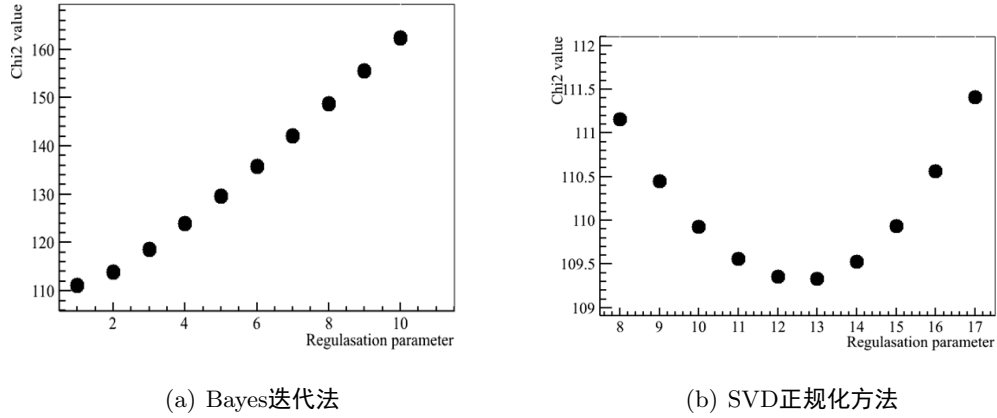


图 5.8: 正规化参数Kreg扫描。

其中 T_i 和 M_i 分别为“测试真实分布”和“测试观测分布”。 V^{-1} 为反解分布的协方差矩阵。也可以是反解分布的每个Bin的平方根。在RooUnfold 中有现成的开方算法可以调用。

图 5.8中就是通过RooUnfold中的开方函数来对大亚湾观测数据进行正规化参数扫描的结果。图 5.8(a)是Bayes迭代法的Kreg- χ 分布，图 5.8(b)是SVD正规化方法的Kreg- χ 分布。可见对Bayes 迭代法，最佳Kreg = 1，即一次迭代即可得到最小的总偏差和最好的反解结果；对SVD正规化方法，最佳Kreg=13。

5.2 对能谱反解方法的检验

在用反解算法和RooUnfold程序包或TSVDUnfold来反解大亚湾观测数据之前，我们对其进行了一系列的检验。我们知道反解后的能谱相对真实能谱难免会有偏差，偏差主要来自于上文提到的“内在Bias”和被放大的涨落结构。我们有必要对二者的影响，即总Bias进行估计，它是反解后能谱的一项误差来源。此外，对RooUnfold和TSVDUnfold的误差传递过程和结果也进行了一系列检验，以确保算法和程序包是可信的。下面一一介绍。

5.2.1 不同反解方法和不同响应矩阵反解结果的比较

5.2.2 Bias估计

能谱反解的过程中，反解引入的Bias是很重要的，只有Bias 明显小于能谱本身误差才有意义。在大亚湾，我们以Blind test的方式，通过在各种情况下产生大量样本来测试Bias，下面对主要的几个进行介绍。

Blind Test 1:内在Bias的估计

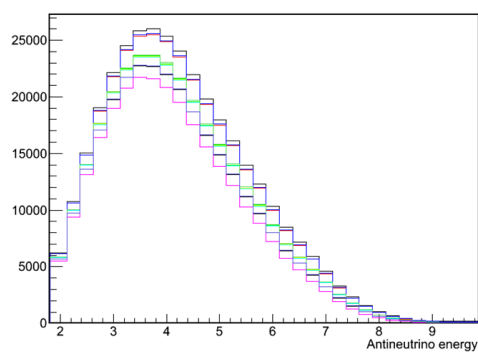
为了检验纯粹的反解的内在Bias，而不包括被放大的统计涨落，我们通过如下过程进行了Blind Test：

- 构造一个光滑的“默认真实中微子能谱”。“默认真实中微子能谱”需要与物理实验中要求的真实能谱不要相差太远。比如，对大亚湾来说，ILL或Huber 等人的模型预期能谱就是很好的候选。
- 用Toy MC，在bin-to-bin 关联的误差范围内晃动，产生10000 个光滑的随机中微子能谱。我们给的误差足够大，使得能谱的晃动范围从2MeV~8MeV 约为7%~40%。图 5.9(a)是其中10条随机真实中微子能谱。图 5.9(b)是随机真实中微子能谱晃动的误差范围构造的协方差矩阵。
- 将10000 条随机中微子能谱通过响应矩阵转换为10000条快信号能谱。
- 分别将10000条快信号能谱反解，得到10000条反解后的中微子能谱。
- 将反解后的中微子能谱与原来的10000条“真实中微子能谱”——对比，其差别的均值就是Bias，具体表达式如下：

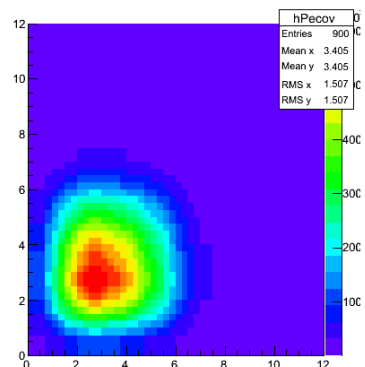
$$Bias = \frac{1}{10000} \sum \frac{Unfold_i - True_i}{True_i} \quad (5.33)$$

其中 $Unfold_i$ 和 $True_i$ 分别是第*i*条反解以后的中微子能谱和真实的中微子能谱。图 5.9(c)就是内在Bias的估计结果。

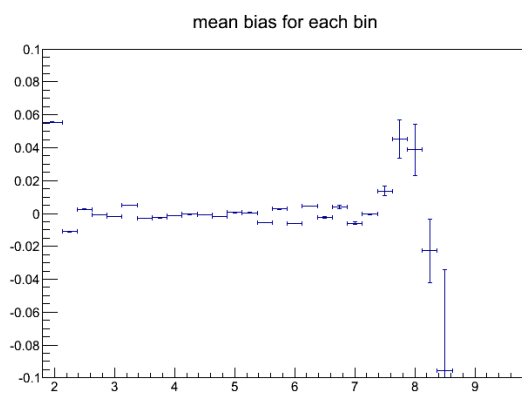
由图 5.9(c)可见，在主要的能量段，Bias 在0.5%的范围以内，除了低能部分和高能部分的Bias有6%的水平以外，这是远小于观测能谱本身的系统误差，甚至小于目前的统计误差的。



(a) “真实” 中微子能谱样本



(b) Toy MC晃动的协方差矩阵



(c) 内在Bias结果

图 5.9: 内在Bias的估计。可见在主要的能量段, Bias在0.5%的水平, 除了低能部分和高能部分的Bias有6% 的水平以外。

值得指出的是，在这个测试中，能谱的变化范围从 $2 \sim 8 \text{ MeV}$ 是 $7\% \sim 40\%$ ，而得出的Bias 在主要能区是在 0.5% 的水平，这意味着变换不同的MC响应矩阵初值，反解的Bias并无明显变化。也就是说，反解几乎不依赖于MC响应矩阵的初值。

Blind test 2: 局部结构对Bias的影响

第4章的能谱对比结果显示，观测能谱相对预期能谱在 $4 \sim 6 \text{ MeV}$ 处有个约 10% 高度的鼓包。而我们在上一节的Blind test中用的默认真实中微子能谱就是基于Huber+Mueller模型的预期能谱。那么，如果真实能谱有类似能谱对比中的鼓包那样的局部结构，是否会对Bias造成显著的影响呢？为了解答这个问题，我们在基于Huber+Mueller模型的预期中微子能谱的 $5 \sim 7 \text{ MeV}$ 处加了一个约 10% 高度的鼓包，以其为默认真实中微子能谱，用上一节中相同的过程，产生了样本并同样地计算了Bias，Bias分布如图 5.10 所示。可见与Blind test 1相似的是，在主要的能量段，Bias 在 0.5% 的水平，高能部分Bias较大。与Blind test 1 略有不同的是，鼓包所在位置，即 $5 \sim 7 \text{ MeV}$ 范围，Bias有个凹陷，不过凹陷在 1% 的范围以内，仍然明显小于观测能谱的系统误差和当前的统计误差。

被放大的统计涨落结构带来的Bias

限制能谱反解效果的因素就在于观测能谱的统计涨落会在反解过程中被放大，为了压制统计涨落结构不让其放大，我们需要用迭代法或者引入正规化。但迭代和正规化都需要有一个先验的“假设真实能谱”，迭代和正规化会使得反解后的能谱偏离真实分布，偏向假设真实能谱，此即内在Bias。反解之前需要决定迭代次数或者正规化参数，这个决定的过程实际就是被放大的涨落结构和内在Bias之间的博弈，我们要做的是找到一个平衡点，让二者总的Bias达到最小。

这一节我们要介绍的就是对总的Bias的估计。具体步骤如下：

- 构造一个光滑的“默认真实中微子能谱”。“默认真实中微子能谱”需要与物理实验中要求的真实能谱不要相差太远。比如，对大亚湾来说，ILL或Huber 等人的模型预期能谱就是很好的候选。
- 将一个“默认真实中微子能谱”通过响应矩阵转换为一个“默认快信号能谱”。

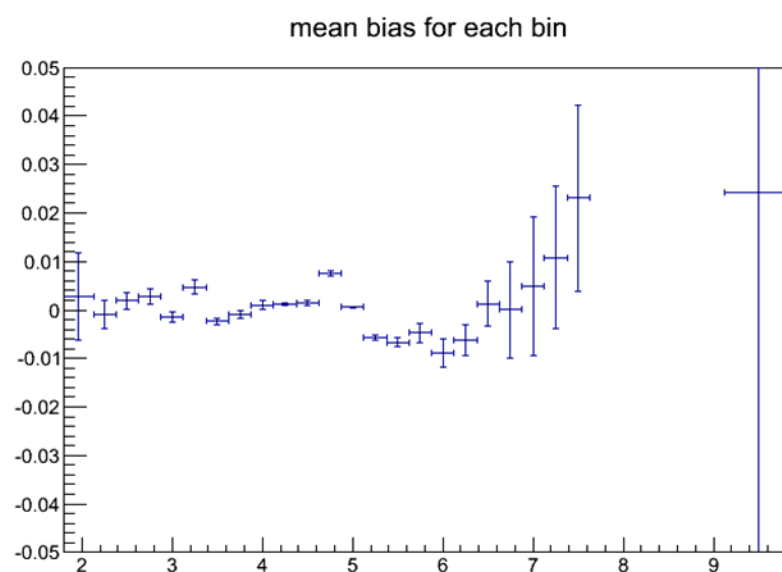


图 5.10: 有局部鼓包结构情况下的内在Bias估计。可见与Blind test 1 相似的是，在主要的能量段，Bias 在0.5% 的水平，高能部分Bias较大。与Blind test 1略有不同的是，鼓包所在位置，即5~7MeV范围，Bias有个凹陷，不过凹陷在1% 的范围以内，仍然明显小于观测能谱的系统误差和当前的统计误差。

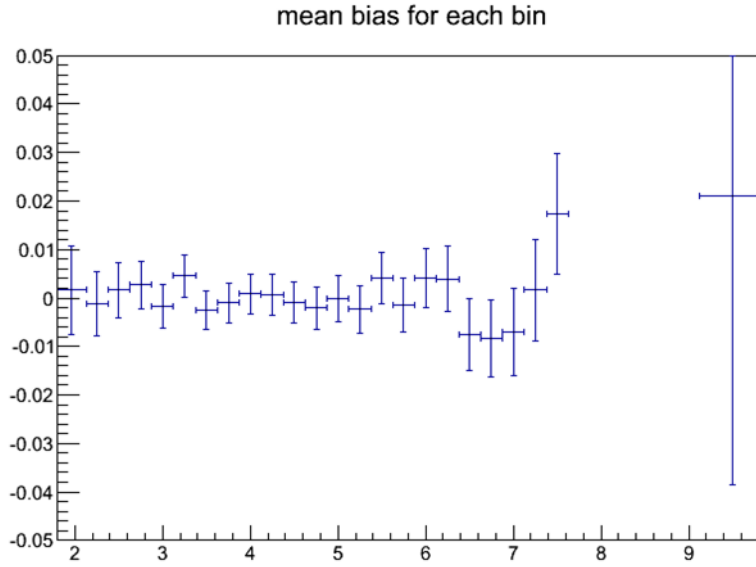


图 5.11: 有统计涨落的能谱的Bias估计。可见Bias均值在0.5%的水平，误差棒是Bias的RMS值，在1%的范围。RMS 值其实就是观测能谱统计误差传递到反解后能谱的误差，也就是说已经被包含在传递后的统计误差中了，不必再在这里考虑。

- 利用Toy MC，让“默认快信号能谱”在统计误差范围内晃动，产生10000条随机的，有统计涨落的快信号能谱。
- 分别反解这10000条随机快信号能谱，得到10000 条反解后的中微子能谱。
- 将反解后的中微子能谱与“默认真实中微子能谱”对比，得到Bias的分布，具体表达式如下：

$$Bias = \frac{1}{10000} \sum \frac{Unfold_i - True}{True} \quad (5.34)$$

其中 $Unfold_i$ 是第*i*条反解后的中微子能谱， $True$ 是默认真实中微子能谱。图 5.11就是得到的Bias 结果。可见Bias均值在0.5%的水平，误差棒是Bias 的RMS 值，在1%的范围。RMS值其实就是观测能谱统计误差传递到反解后能谱的误差，也就是说已经被包含在传递后的统计误差中了，不必再在这里考虑。

最终的Bias定量估计

为了防止因为不同的反解能谱上下涨落相互抵销，而低估了Bias，我们决定对Bias采取更保守的算法，即取反解后的能谱与真实能谱的差的绝对值，再求和并取平均：

$$Bias = \frac{1}{10000} \sum \frac{|Unfold_i - True_i|}{True_i} \quad (5.35)$$

大亚湾实验组内部不同的研究小组采用了不同的响应矩阵，彼此之间有微小的差别，大约会对反解后的能谱造成0.5%的差别。为了将这一因素考虑进来，我们将真实中微子能谱转换为快信号能谱时所用的矩阵，和反解时所用的矩阵是不同的矩阵，前者通过解析的方法求得，而后者通过MC获得。

此外，我们分别用两个不同的预期中微子能谱作为“真实中微子能谱”来计算Bias，并取较大的一个作为最终的Bias。我们采用的两种预期能谱分别是ab-initio预期能谱和Huber+Mueller预期能谱。最终所得的Bias如图 5.17 所示。图 5.12(a)和图 5.12(b)所用的真实中微子能谱分别是Huber+Mueller模型和ab-initio预期能谱。二者综合考虑，并且取其中较大的一个，最后我们给出的大亚湾能谱反解的Bias是：

- $< 2.5MeV, Bias < 4\%$
- $2.5 \sim 6MeV, Bias \sim 0.5\%$
- $6 \sim 7MeV, Bias \sim 5\%$
- $7 \sim 8.5MeV, Bias \sim 10\%$
- $> 8.5MeV, Bias \sim 50\%$

可见能谱的主要部分，Bias明显小于系统误差的目前的统计误差。低能部分Bias相对较大是因为Fold过程和Unfold 过程所用的响应矩阵考虑的IAV效应不同导致的。而高能部分Bias 较大是因为较低的统计量。未来大亚湾有更高的统计量了，这部分的Bias有望减小。目前的预期中微子能谱只在8MeV以下是有效的，8MeV 以上没有物理结果，只能通过外推来估计。我们主要关注的也是8MeV以下的部分。因此目前的Bias 结果完全能够接受。

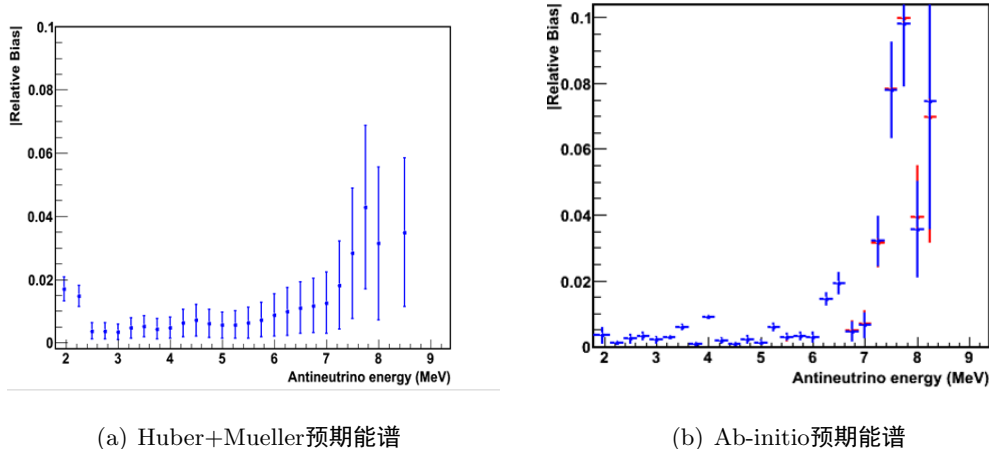


图 5.12: 内在Bias的估计。可见在主要的能量段，Bias在0.5%的水平，除了低能部分和高能部分的Bias有6% 的水平以外。

如上文所述，如果反解过程中不进行正规化，观测能谱的统计涨落在反解过程中就会被放大，以至于反解后的能谱失去意义。为了压制涨落结构，我们需要进行正规化的反解。但正规化会使得反解后的能谱由真实能谱向MC初始能谱有偏离，即内在Bias。如果正规化太强，则涨落结构被压制，但内在Bias较大；如果正规化太弱，则内在Bias较小，但涨落结构被放大。因此需要寻找合理的正规化强度，使得二个Bias来源的总Bias达到最小，这就是最佳正规化点。由此可见，在对探测器有足够深入认识的情况下，影响反解效果的根本性因素就是观测能谱的统计量。统计量越大，统计涨落越小，反解中需要的正规化就越弱，则内在Bias 越小，那么总的Bias就越小。不过，并不是说统计量足够大，总Bias就会趋近于零，因为对探测器的理解是有限的。当统计涨落带来的结构小于响应矩阵的精度的时候，统计量再增大也不会降低总Bias。总之，影响总Bias的两个因素就是观测能谱统计量和对探测器的理解程度，即响应矩阵的精度。在大亚湾，目前不同研究小组给出的响应矩阵差别为0.5%，这也是当前总Bias的下限。未来如果大亚湾能提升对探测器的理解程度，以及增加统计量，总Bias 就有降低的空间。在目前对探测器的理解程度下，增加统计量也可以降低高能段和低能端统计量较低的地方的Bias。

5.2.3 误差传递检验

RooUnfold和TSVDUnfold都有完善的误差传递算法，输入观测分布的误差后，程序包就会输出反解分布的误差。我们用Blind test的方式，产生10000个样本对其误差传递算法进行了检验。具体过程如下：

- 在系统误差范围内产生10000条真实中微子能谱。
- 将真实中微子能谱转换为10000观测快信号能谱。它们可以构成一个协方差矩阵，此即输入反解程序的观测能谱协方差矩阵(见图 5.13(a))。
- 将10000条快信号能谱一一反解后得到10000条反解后的中微子能谱以及由反解程序输出的协方差矩阵。10000条反解后的中微子能谱本身也可以构成一个协方差矩阵(见图 5.13(b))，这可以作为“真实”协方差矩阵(见图 5.13(c))。

合理的预期是，反解后能谱的系统误差的形状相比观测能谱的不会有很大的差别，这与我们看到的结果符合，即图 5.13(a)的结构与图 5.13(b) 和图 5.13(c)类似。更重要的是，SVD算法输出的协方差矩阵(图 5.13(b))和由反解后能谱构成的“真实”协方差矩阵(图 5.13(c)) 的大小和分布是相似的。这说明SVD程序的误差传递是可靠的。

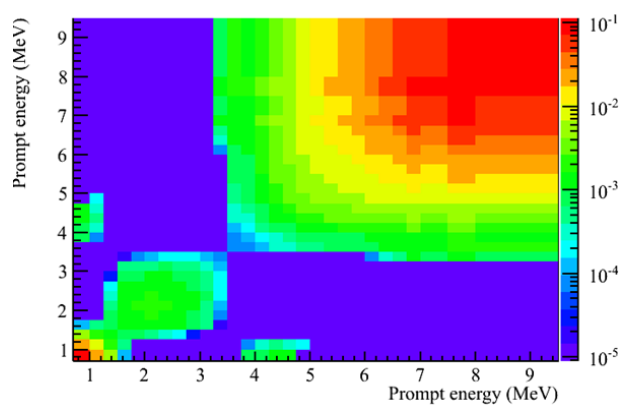
Bayes迭代法输出的协方差矩阵与SVD正规化方法是吻合的，对上面的检验过程也是相同的结果，在此不再重复。

5.2.4 Chi2 vs Binning检验

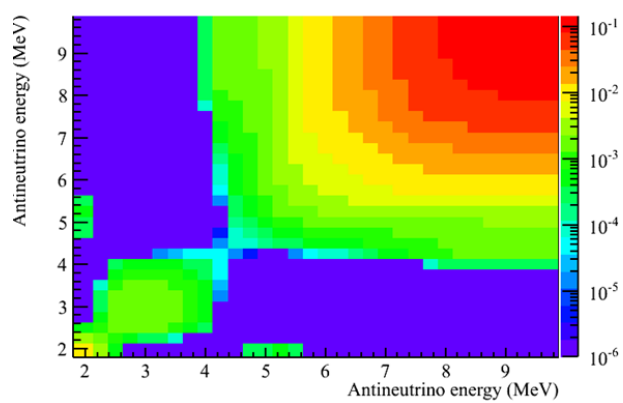
我们还对反解后的能谱做了Chi2 vs Binning的检验，这样一方面可以检验反解后的能谱和协方差矩阵的 χ^2 分布是否合理($\chi^2 \sim 1$ 较合理)；另一方面可以帮助判断分怎样的分bin是合理的。

为此，我们用 5.2.2节中产生能谱样本同样的方法产生了10000条观测能谱样本，其分bin与高能所官方的IBD快信号能谱一致：能谱范围是[0.7, 12] MeV，共29 个Bin；在[1, 7] MeV范围内是0.25 MeV/bin 的均匀分bin，在7MeV以上随着能量的升高，分bin变宽。而反解后的中微子能谱，在7MeV以上合为一个Bin，在[1.8, 7]MeV，是均匀分bin，bin数在5 ~ 25个bin之间。反解后的能谱与真实能谱代入 χ^2 函数中：

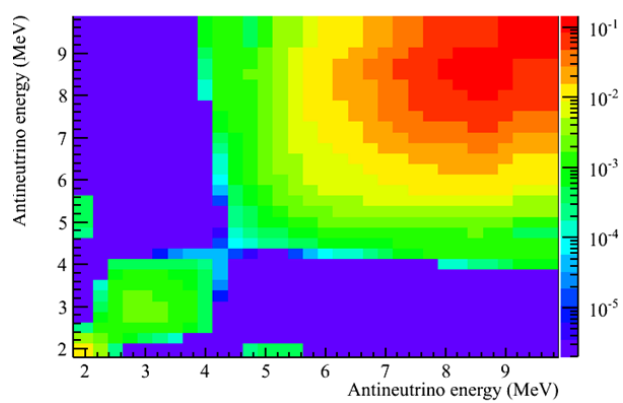
$$\chi^2 = (Unfold_i - True)^T V^{-1} (Unfold_i - True) \quad (5.36)$$



(a) 观测能谱协方差矩阵



(b) SVD算法输出的反解能谱协方差矩阵



(c) 反解后能谱组成的协方差矩阵

图 5.13: 反解程序的误差传递检验。

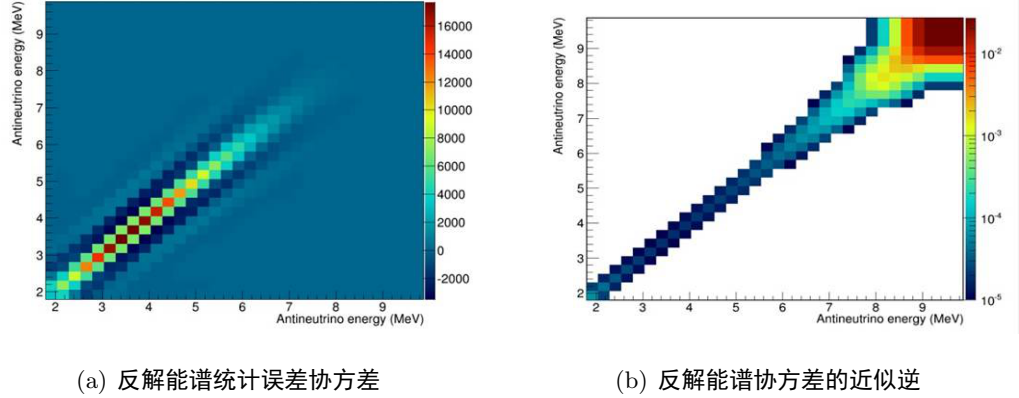


图 5.14: 反解能谱协方差及其近似逆

其中, $Unfold_i$ 是反解后的能谱, $True$ 是真实能谱, V^{-1} 是反解后的能谱的协方差矩阵的逆。然而, 问题在于, 反解之后, 由于 bin-to-bin 的关联性, 反解能谱的协方差矩阵的关联性变强了, 以至于其是病态矩阵, 没有逆(见图 5.14(a))。不过, SVD 正规化方法的作者之一, V. Kartvelishvili 提出了一种估计反解能谱逆的近似途径[72]:

$$V^{-1} = A^T B^{-1} A \quad (5.37)$$

其中, V^{-1} 就是反解能谱协差矩阵的近似逆, A 是响应矩阵, B 是观测能谱的协方差矩阵。用这个算法得到的近似逆矩阵如图 5.14 所示。

如上所述, 对反解后的中微子能谱设为 5~25 个 bin, 采用上面的近似逆矩阵, 对 10000 个样本取 χ^2 的均值。图 5.16 中是反解后中微子能谱分别为 6~30 个 bin 时的 χ^2 值分布, 全都符合 χ^2 分布, 这意味着反解后的能谱及误差传递结果是合理的。取各种 bin 数时的 χ^2 均值, 可得 χ^2 vs Bin 分布, 见图 5.15。

图 5.15 中黑线为不做正规化的 SVD 方法的结果。由于没有正规化, 自由度 $NDF = \text{bin 数}$, 所以 $\text{Chi2}/NDF \sim 1$ 。图中红线为做正规化的 SVD 方法的结果。对做正规化的方法, 当 bin 数小于 14 的时候, 正规化参数 $K_{\text{reg}} = \text{bin 数}$, 算是比较弱的正规化, $NDF \approx \text{bin} - 1$, 可见也满足 $\text{Chi2}/NDF \sim 1$; 当 bin 数大于等于 14 的时候, 正规化参数 $K_{\text{reg}} = 14$, 由于正规化的原因, 虽然 bin 数增多, 但有效自由度却没有明显变化, 自由度介于 14 ~ 15 之间, 因此也满足 $\text{Chi2}/\text{effNDF} \sim 1$ 。这里 effNDF 即“有效自由度的”。

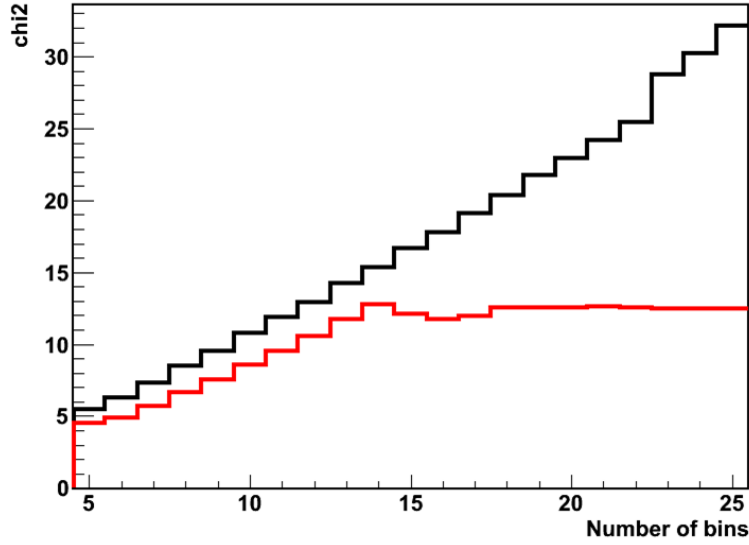


图 5.15: Chi2 vs Bin图。黑线为不做正规化的SVD方法的结果；红线为做正规化的SVD方法的结果。对做正规化的方法，当bin数小于14的时候，正规化参数Kreg=bin 数；当bin数大于等于14的时候，正规化参数Kreg=14。

如 5.1.2 节中对SVD 正规化方法的介绍，由图 5.2右图我们知道 s_i 随 i 的增加是呈指数递减的。而 d_i 在 $i > Kreg$ 后没有递减，而是在1 附近波动，这造成了统计量较小的bin，在没有正规化的SVD 反解之后，统计涨落结构被显著放大。而正规化就是使得式5.31 中的 d_i 也随着减小，从而压制了 $i > Kreg$ 部分bin的贡献。这样就导致了反解后的能谱有效自由度也减少，有效自由度的值应该大于Kreg 值（被保留贡献的Kreg 个Bin），而小于能谱总bin 数（统计量少的bin的贡献被压制）。有效自由度可根据下式计算：

$$effNDF = \sum_{i=1}^n \frac{s_i^2}{s_i^2 + s_k^2} \quad (5.38)$$

其中， s_i 即图 5.2右图中的 s_i 分布。 k 即是正规化参数值Kreg， s_k 是对应Kreg处的 s_i 值。实际上，当bin数大于14时，effNDF的值都介于14~15 之间。

综上，Chi2 vs Bin的测试结果显示，能谱反解的结果Chi2/NDF ~ 1 ，是合理的。

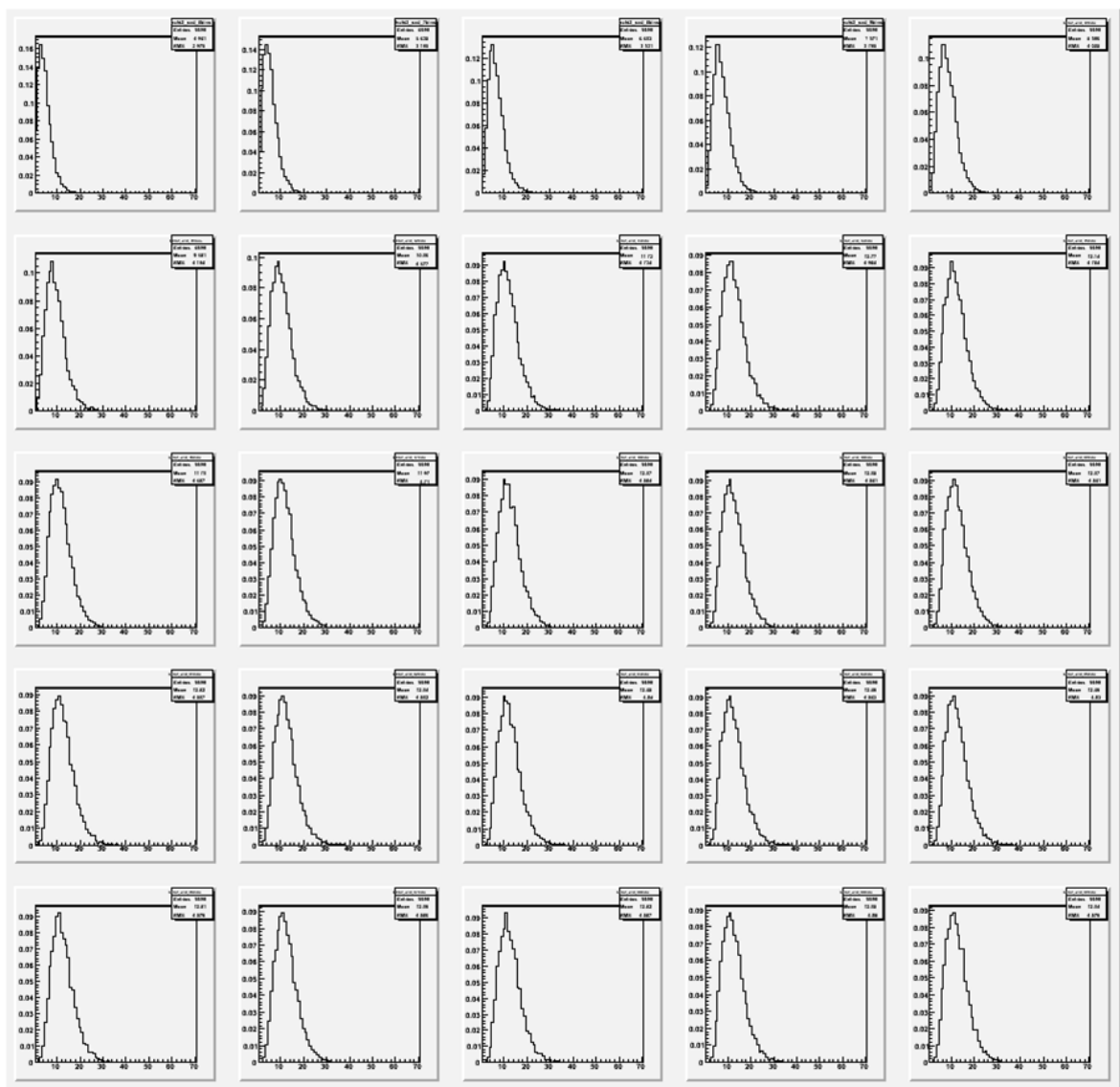


图 5.16: 中微子能谱不同Bin数时的 χ^2 分布。左上角和右下角对应的中微子能谱分别为6个bin和30个bin；随bin数的增加，依次从左至右，从上至下数。

5.3 从正电子能谱反解中微子能谱

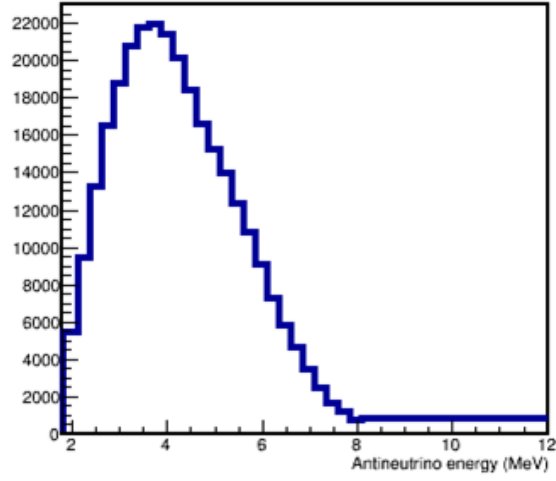
用RooUnfold程序包或者TSVDUnfold；输入6AD时间段，大亚湾三个近点AD217天的总能谱(图4.13)和协方差矩阵(图 4.17)；输入MC的响应矩阵 4.18；设正规化参数Kreg=13(图 5.8)，就可以得到真实中微子能谱(图 5.17(a))及其协方差矩阵(图 5.17(b)和图 5.17(c))。

此前ILL、Mueller和Huber等基于ILL 实验数据所得到反应堆中微子能谱是依赖模型转换而来的。而这里反解后的中微子能谱是首次对反应堆中微子能谱不依赖模型的，直接真实的测量。反解所得的中微子能谱可以与此前的预期能谱进行直接比较；还可以由此估算出通用中微子能谱，用于给其它类似的反应堆中微子实验做预期，比如正在建设中的JUNO 实验等。

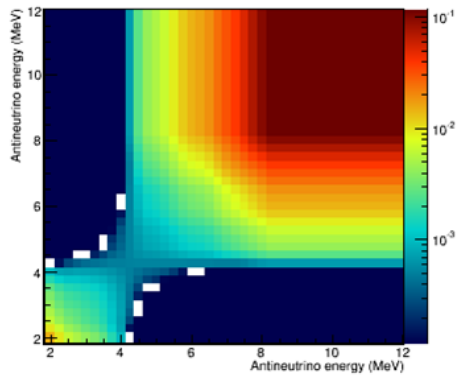
5.4 预期中微子能谱与观测中微子能谱对比

上一节中反解出的中微子能谱及其误差可以和预期能谱进行直接比对。见图 5.18。预期能谱基于Huber+Mueller模型。黑线是观测能谱与Huber+Mueller预期能谱的比值，误差棒是观测能谱的统计误差；蓝线是基于ILL+Vogel模型的预期能谱与基于Huber+Mueller预期能谱的比值；绿色带子是反应堆相关误差；灰色带子是总误差，包含反应堆相关误差，探测器相关系统误差，能谱统计误差，响应矩阵的误差以及能谱反解的Bias。从下图的对比来看，观测能谱与预期能谱在约5 ~ 7 MeV超出约10%，在除此以外的其它区域，预期能谱与观测能谱在总误差的1倍sigma范围内符合。这结果与上一章中快信号能谱的对比是一致的，甚至能谱对比曲线的分布也是类似的。这说明反解得到的能谱是可靠的。

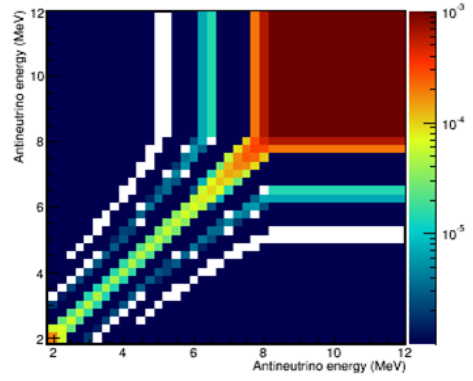
观测能谱不论与Huber+Mueller模型相比，还是与ILL+Vogel 模型相比，均在5 ~ 7 MeV有超出。需要指出的是，目前的研究不倾向于认为这个差别来自于探测器响应或者未知的本底；有可能是预期能谱中来自未知的衰变分支；也可能预期能谱的误差被低估了。能谱对比的结果表明，目前的模型和理论预期的反应堆中微子能谱不能很好地描述反应堆真实观测到的谱形。此外，预期和观测的事例率偏差也超过1 倍 σ 。因此，新的中微子能谱的预期途径是必要的。



(a) 反解获得的“真实”中微子能谱



(b) 系统误差



(c) 统计误差

图 5.17: 大亚湾观测能谱反解后的中微子能谱及协方差矩阵。

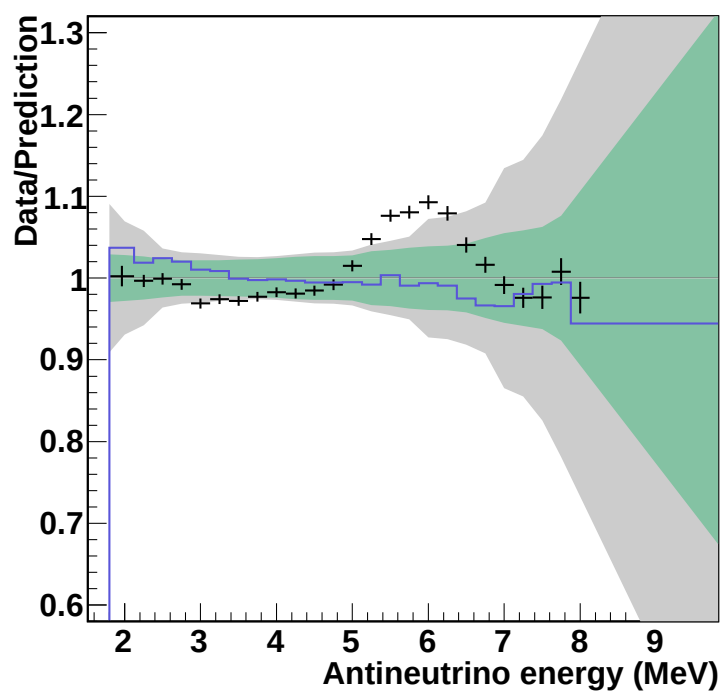


图 5.18: 中微子能谱对比。预期能谱基于Huber+Mueller模型。黑线是观测能谱与Huber+Mueller 预期能谱的比值，误差棒是观测能谱的统计误差；蓝线是基于ILL+Vogel 模型的预期能谱与基于Huber+Mueller预期能谱的比值；绿色带子是反应堆相关误差；灰色带子是总误差，包含反应堆相关误差，探测器相关系统误差以，能谱统计误差，响应矩阵的误差以及能谱反解的Bias。

5.5 “通用”反应堆中微子能谱

如前文所述，目前的基于模型和理论预期的中微子能谱，其事例率与一系列短基线实验，包括大亚湾观测的事例率平均值有超过1倍 σ 的偏差。而在谱形上，模型和理论预期的中微子能谱与实际观测能谱在中微子能量的5~7MeV处差别也超过1倍 σ 。也就是说，模型和理论预期不能很好地描述实验观测能谱。因此，新的预期途径是必要的。大亚湾实验就可以由观测数据得到所谓通用反应堆中微子能谱，可以为其它反应堆中微子实验提供预期。

高精度、高统计量、低本底的大亚湾实验可以提供精确的观测快信号能谱。观测快信号能谱可通过反解过程得到真实中微子能谱。反解得到的中微子能谱，可以获得所谓“通用”反应堆中微子能谱(Generic Antineutrino Spectrum)。通用中微子能谱独立于特有的探测器响应，因此可以被用来给其它反应堆中微子实验提供能谱的预期，或者直接与其它反应堆中微子能谱预期模型进行比较。由观测IBD快信号能谱获取通用中微子能谱分两步。第一步就是由IBD快信号能谱反解得到中微子能谱，这在前面章节有介绍，反解结果在5.3小节中。第二步就是将反解得到的中微子中的振荡效应修正并归一化到 $cm^2/fission/MeV$ 单位，表达式如下：

$$S_{obs}(E_{\bar{\nu}_e}) = \frac{S_{unfolded}(E_{\bar{\nu}_e})}{P_{eff}(E_{\bar{\nu}_e}, L) \cdot N_P \cdot F_{total}} \quad (5.39)$$

其中， N_P 是每单位靶质量的质子数； $P_{eff}(E_{\bar{\nu}_e}, L)$ 是中微子通量加权后的振荡几率； F_{total} 是所有反应堆的总裂变数。图5.19中的上图中数据点就是由大亚湾观测能谱所得的通用中微子能谱，蓝线是基于Huber+Mueller模型的预期能谱所得的通用中微子能谱。图5.19的下图观测通用中微子能谱与预期通用中微子能谱的比值，即是上图中的数据点除以蓝线的值。可见两者的比值与图4.22和图5.18中的结果是一致的：即在中微子能量的5~7MeV（对应快信号能量的4~6MeV）处有超出。与前两张图不同的是，此处比值不在1附近，而是向下移了。这是因为前两张图的对比中，预期能谱和观测能谱归一化到了相同的事例数，而这里没有进行这个归一化。这里所得的观测中微子通量与基于Huber+Mueller模型的预期中微子通量的比值是 0.947 ± 0.022 ；而和ILL+Vogel模型的这一比值是 0.993 ± 0.023 。这一结果与此前的一系列短基线反应堆中微子实验符合，即大亚湾中微子实验观测的中微子通量与Huber等人的预期通量相

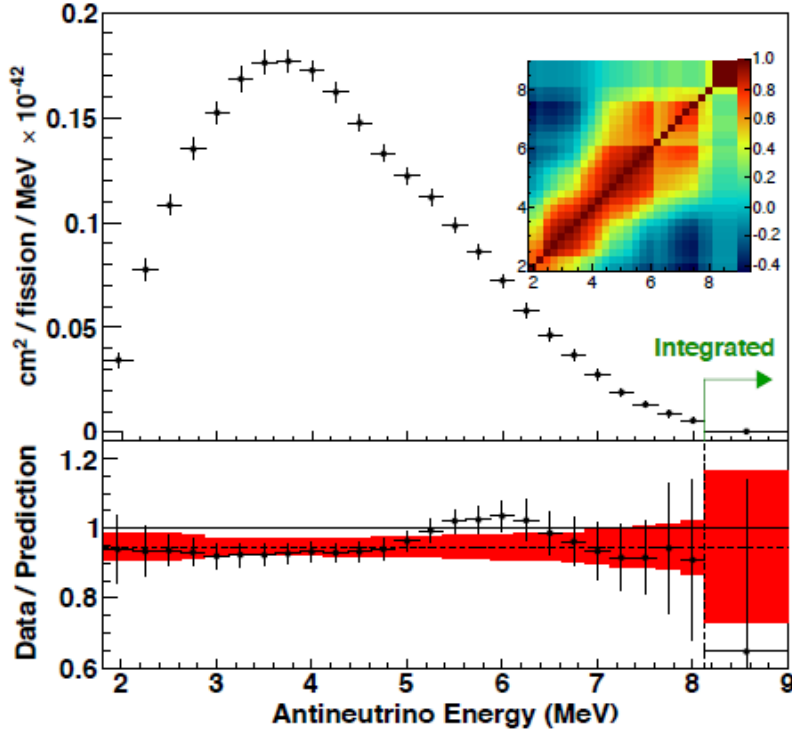


图 5.19: 通用中微子能谱对比。预期能谱基于Huber+Mueller模型。上图是绝对能谱，下图是两者的比值。上图中黑色数据点是大亚湾观测通用中微子能谱，而蓝线是预期通用中微子能谱。下图中的点是观测能谱除以预期能谱的比值。下图的虚线内是[2,8]MeV范围内的数据，这个范围内预期能谱的数据是物理数据，而在这个范围之外的预期能谱是由外推法得到的。

比，偏差大于1倍sigma，支持反应堆中微子反常现象。

获得通用中微子能谱以后，我们就可以用它来给其它类似的反应堆中微子实验做预期。假设有另外一个类似的反应堆中微子实验称为X，其预期的反应堆中微子能谱可以表示为：

$$S_X(E_{\bar{\nu}_e}) = \frac{1}{4\pi L_X^2} \cdot F_X \cdot [S_{DYB}(E_{\bar{\nu}_e}) + \sum_i (f_{DYB}^i - \alpha_X^i) S_{ILL}^i(E_{\bar{\nu}_e})] \quad (5.40)$$

其中, i 代表某核素 i , L_X 是X实验的基线长度, F_X 是X实验的总裂变数目, $S_{DYB}(E_{\bar{\nu}_e})$ 是大亚湾中微子实验给出的通用中微子能谱。 $S_{ILL}^i(E_{\bar{\nu}_e})$ 是基于ILL模型的预期通用中微子能谱。在这个式子中, 能谱的开头是由[]中的项来估计的, 其中最主要的部分是由大亚湾通用中微子能谱 $S_{DYB}(E_{\bar{\nu}_e})$ 来估计的, 因为不同的实验裂变份额会有差别, 所以还有个次级项需要由 $S_{ILL}^i(E_{\bar{\nu}_e})$ 来估计, 即式中[]内的第二项。

为了检验通用中微子能谱预期的效果, 我们将大亚湾6AD时期以外的一段独立的数据用来作为“实验X”的观测数据(计算通用中微子能谱的观测数据仅限于6AD时期的数据)。然后用上面所述方法来预期“X实验”的中微子能谱, 并转换为预期快信号能谱并用来和“X实验”的观测快信号能谱相对比。图 5.20就是对比结果, 图中上图是绝对能谱以及总误差, 下图是观测能谱与预期能谱的比值以及总误差。可见, 比值的中心值在误差的1倍sigma范围以内, 并且比值是平的。这说明这种用通用中微子能谱来给预期能谱的方法是可行的。

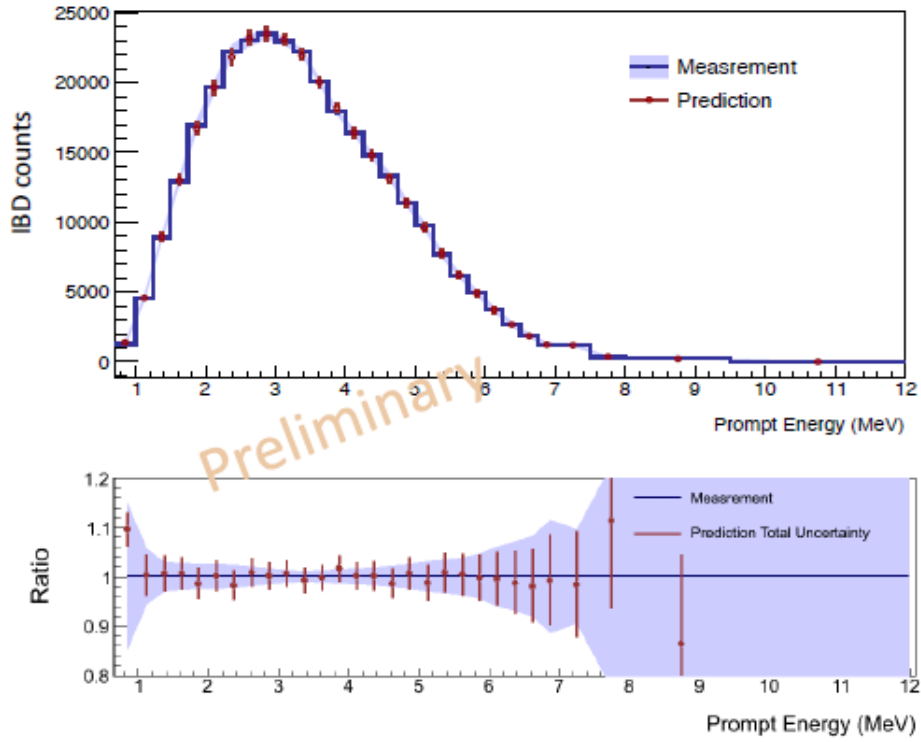


图 5.20: 通用中微子能谱对比。预期能谱基于Huber+Mueller模型。上图是绝对能谱，下图是两者的比值。上图中黑色数据点是大亚湾观测通用中微子能谱，而蓝线是预期通用中微子能谱。下图中的点是观测能谱除以预期能谱的比值。下图的虚线内是 $[2,8]$ MeV范围内的数据，这个范围内预期能谱的数据是物理数据，而在这个范围之外的预期能谱是由外推法得到的。

第六章 总结与展望

本章将对本论文的核心工作进行总结，并展望下一步的相关问题。

6.1 总结

本论文是关于大亚湾反应堆能谱的研究，核心工作涉及预期能谱的估计，预期能谱与观测能谱的比较和真实中微子能谱的反解等。

我们通过研究反应堆与能谱相关的各个参量，基于反应堆的相关数据，估计了预期中微子能谱及相关误差。然后，将预期中微子能谱转换为预期快信号能谱并与观测快信号能谱对比。能谱对比的结果显示预期快信号能谱相对观测快信号能谱在4~6 MeV处有约10%的超出，即 $\sim 2\sigma$ 范围。目前这个现象引起了广泛关注。文章 [67] 中给出了最新的通过ab-initio方法，并认为4-6MeV范围内差别较可能来自于未被ILL、Huber等考虑到的某些裂变子核的衰变分支。

由于探测器能量分辨等效应以及观测能谱有限的统计量，观测到的能谱是被“扭曲”的。要得到真知中微子能谱，就要经过所谓能谱反解过程。我们分别应用Bayes迭代法和SVD正规化方法来对大亚湾观测快信号能谱进行反解，并得到真实中微子能谱。反解过程引入的Bias明显小于观测能谱的系统误差和统计误差。这是首次对反应堆中微子能谱直接的、不依赖于模型的测量。反解所得的中微子能谱可用来和此前的模型预期中微子能谱直接比较，比较结果与快信号能谱的结果一致；反解所得能谱还可以用来估计出所谓“通用”中微子能谱，用于给其它类似的反应堆中微子实验提供预期中微子能谱。

6.2 展望

6.2.1 6+8AD的绝对能谱分析

本文中能谱研究所用的是大亚湾截止至2012年夏天的6AD时期，共217天的数据。此后大亚湾实验暂停，分别在岭澳近点和远点实验厅增加了一个探测器，至此，大亚湾共有近点和远点各4个探测器。2012年秋天大亚湾再次开始取数，进入8AD时期。到现在，已经又累积了可用于物理分析的404天的数据，加上此前6AD时期217天的数据，共有621天的数据。下面，我们将会用6+8AD时期共621天的数据进行绝对能谱研究，包括能谱对比，能谱反解和通用中微子能谱等。在新的研究中，除了拥有更大的统计量之外，还有两方面可以改进：

1. 探测器关联误差减小（包括探测效率误差）。比如改进对spill in / spill out的分析， nH 和 nGd 的联合分析等。这些有望进一步减小系统关联误差。
2. 探测器响应矩阵的进一步研究。当前响应矩阵可通过几种不同的方法产生，比如用解析的方法或用MC的方法等。大亚湾不同的研究小组分别用不同方法产生响应矩阵，不同的响应矩阵能给反解后的中微子能谱造成约0.5%的差别，这部分差别在目前的分析中被计入反解的Bias中。目前大亚湾能谱反解的Bias在能量主要区域就是0.5%的水平。这意味着，目前能谱反解的Bias是由矩阵差别主导的。如果对响应矩阵的认识不能更精确，则哪怕观测能谱统计量增大，反解的Bias也难以进一步降低，因为探测器响应矩阵的差别成为反解的Bias的下限。下一步进一步研究响应矩阵，各小组之间响应矩阵的差别明显缩小，则有望减小能谱反解的Bias。

总之，在接下来6+8AD的绝对能谱研究中，我们可以获得更高统计量、更低系统误差甚至更低能谱反解Bias的绝对能谱。

6.2.2 核素能谱的反解

由第3章我们知道，反应堆释放的中微子主要来自四种核素， ^{235}U ， ^{238}U ， ^{239}Pu 和 ^{241}Pu 。前面实现了真实中微子能谱的反解，不过反解的是多种核素与核素裂变份额等变量耦合的总能谱(见式 6.1)。如果能像ILL等实验那样，得到各种核素的中微子能谱，就可以把

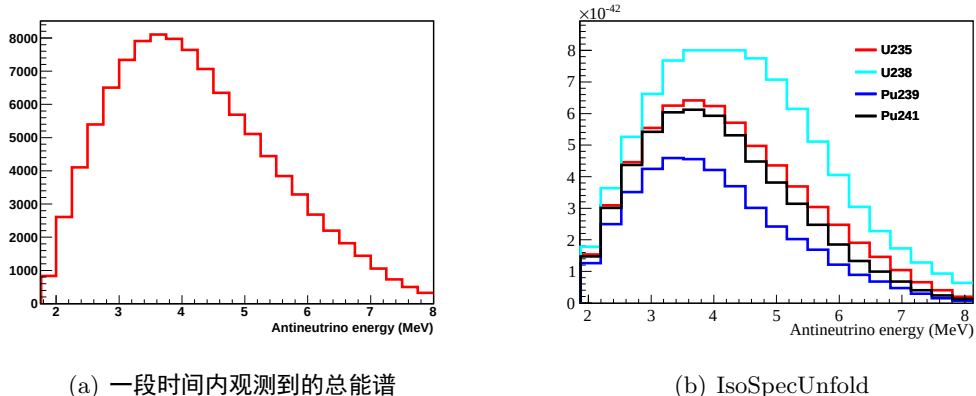


图 6.1: 反解求解的四种核素能谱

反应堆的裂变份额、功率等因素的影响去除掉，得到更普遍的反应堆能谱信息，也能够更好地被其它反应堆中微子实验使用。图 ?? 是一段时间内探测器观测到的总能谱示意图，经过反解，要获得的是图 6.1(b) 中那样的四个核素各自的能谱，这图中的是反应堆释放核素能谱与反应截面的乘积。

式 6.1 描述的是中微子从多个反应堆到达探测器的总能谱，为了便于讨论，我们先考虑一个反应堆到一个探测器的情形，见式 6.1

$$S_d(E_\nu) = \frac{1}{4\pi L^2} \cdot \frac{W^r}{\sum_i f_i^r \cdot e_i^r} \cdot \sum_i f_i^r \cdot S_i(E_\nu) \cdot \epsilon_d \cdot N_p \cdot \sigma(E_\nu) \quad (6.1)$$

式中，功率 W ，基线长度 L ，每次裂变释放能量 e_i ，裂变份额 e_i ，反应堆面 σ ，探测效率 ϵ 和靶质子数 N_p 等都是已知的，总能谱 S_d 也可以在实验上测量得到，唯有 4 个核素能谱 S_i 是未知的。而实际上，反应堆的功率、裂变份额等都会随时间演化，加上不同的反应堆堆芯循环运行的进度不一样，开关堆时间也不一样等，造成总能谱在不同的时间段不一样。如果我们选择 4 个以上不同时间段的能谱，相互之间差别足够大，理论上解出核素能谱就成为可能。由于核素能谱 S_i 是与裂变份额 f_i 直接耦合的，因此不同时间段最好裂变份额的差别足够明显，比如燃料循环初始时和结束时裂变份额差别就比较大。此外，每个时间段的统计量不宜过小，否则统计误差太大，也会导致难以解出核素能谱。

卡方拟合反解核素能谱 核素能谱的反解，可以通过开方函数拟合的办法来求解：

$$\chi^2 = \min_{\gamma} \sum_i \frac{\left(M_i - \frac{1}{4\pi L^2} \frac{W_i}{\sum_k f_{ik}(1 + \delta f_k) \cdot e_k(1 + \delta e_k)} \sum_k f_{ik}(1 + \delta \alpha_k) S_k N_p \epsilon_d(1 + \delta wd) \right)^2}{M_i + M_i^2 \sigma_{\mu i}^2} + \sum_k \left(\frac{\delta f_k}{\sigma_{f_k}} \right)^2 + \sum_k \left(\frac{\delta e_k}{\sigma_{e_k}} \right)^2 + \left(\frac{\delta wd}{\sigma_{wd}} \right)^2 \quad (6.2)$$

其中， i 是代表第 i 天， M_i 是第 i 天测量的事例率， f_k 表示第 i 天核素 k 的裂变份额， e_k 是每裂变释放能量， wd 表示探测器和堆芯合并的项。

$$\sigma_{wd}^2 = \sigma_w^2 + \sigma_d^2 \quad (6.3)$$

其中 σ_w 是热功率系统误差； σ_d 表示探测器的误差； $\sigma_{\mu i}$ 考虑了事例率的统计误差，包含了功率的涨落。

利用上面的开方函数，输入一组能谱初值，就可以进行拟合，从而输出核素事例率。这里开方函数只是求解核素事例率，核素能谱的情况类似。

Bayes迭代法反解核素能谱 在 5.1.1小节中介绍了反解问题中的Bayes迭代法，并且在随后的小结中介绍了对这种方法的一系列检测，结果表明它是可以用于大亚湾总中微子能谱的反解的，其实那是反解中的一维问题。而此处讨论的核素能谱反解，是多维问题，即从观测的总能谱(一维)到4种核素能谱(4维)。事实上，Bayes迭代法的一个优点就是可以解多维问题。

参考文献

- [1] D. Decamp et al. [ALEPH Collaboration] Phys. Lett. B 235, 399 (1990).
- [2] H. Band et al. Annals N. Y. Acad. Sci. 578, 445 (1989).
- [3] Q. R. Ahmad et al. [SNO Collaboration] Phys. Rev. Lett. 89, 011301 (2002)
- [4] Y. Fukuda et al. [Super-Kamiokande Collaboration] Phys. Rev. Lett. 81, 1562 (1998)
- [5] M. H. Ahn et al. [K2K Collaboration] Phys. Rev. Lett. 90, 041801 (2003)
- [6] K. Eguchi et al. [KamLAND Collaboration] Phys. Rev. Lett. 90, 021802 (2003)
- [7] G. L. Fogli et al. Phys. Rev. D 75, 053001 (2007)
- [8] T. Schwetz, M. Tortola and J. W. F. Valle New J. Phys. 10, 113011 (2008)
- [9] K. Hagiwara, N. Okamura, and K. i. Senda Phys. Rev. D 76, 093002 (2007)
- [10] D. S. Ayres et al. [NOvA Collaboration] arXiv:hep-ex/0503053
- [11] O. Mena, H. Nunokawa, and S. J. Parke Phys. Rev. D 75, 033002 (2007)
- [12] S. Choubey, S. T. Petcov, and M. Piai Phys. Rev. D 68, 113006 (2003)
- [13] S. T. Petcov and M. Piai Phys. Lett. B 533, 94 (2002)
- [14] J. Learned, S. T. Dye, S. Pakvasa, and R. C. Svoboda Phys. Rev. D 78, 071302 (2008)

参考文献

- [15] L. Zhan, Y.Wang, J. Cao, and L.Wen Phys. Rev. D **78**, 111103 (2008)
- [16] A. Aguilar et al. [LSND Collaboration] Phys. Rev. D **64**, 112007 (2001)
- [17] A. A. Aguilar-Arevalo et al. [The MiniBooNE Collaboration] Phys. Rev. Lett. **98**, 231801 (2007)
- [18] I. G. Irastorza et al. [IGEX Collaboration] arXiv:astro-ph/0211535
- [19] C. Arnaboldi et al. [CUORICINO Collaboration] Phys. Rev. C **78**, 035502 (2008)
- [20] R. Arnold et al. [NEMO Collaboration] Nucl. Phys. A **781**, 209 (2007)
- [21] A. Strumia and F. Vissani arXiv:hep-ph/0606054
- [22] H. T.Wong et al [TEXONO Collaboration], Phys. Rev. D **75**, 012001 (2007)
- [23] X. Guo et al. [Daya-Bay Collaboration] arXiv:hep-ex/0701029
- [24] K. Nakamura, "Solar Neutrino Review", J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **33** (2006) 485
- [25] X. Guo *et al.* [Daya-Bay Collaboration], arXiv:hep-ex/0701029.
- [26] F. Reines and C. L. Cowan, Phys. Rev. **92**, 830 (1953).
- [27] M. Apollonio *et al.* [CHOOZ Collaboration], Eur. Phys. J. C **27**, 331 (2003)
- [28] F. Boehm *et al.*, Phys. Rev. D **64**, 112001 (2001)
- [29] Y. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998)
- [30] Q. R. Ahmad *et al.* [SNO Collaboration], Phys. Rev. Lett. **89**, 011301 (2002)
- [31] B. T. Cleveland et al. [TEXONO Collaboration] Astrophys. J. **496**, 505 (1998)
- [32] W. Hampel *et al.* [GALLEX Collaboration], Phys. Lett. B **447**, 127 (1999).
- [33] J. N. Abdurashitov *et al.* [SAGE Collaboration], Phys. Rev. C **60**, 055801 (1999)

- [34] G. Alimonti *et al.* [Borexino Collaboration], *Astropart. Phys.* **16**, 205 (2002)
- [35] P. Adamson *et al.* [MINOS Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **101**, 131802 (2008)
- [36] T. Schwetz, M. Tortola and J. W. F. Valle, *New J. Phys.* **10**, 113011 (2008)
- [37] Trung Le, for T2K Collaboration, arXiv:0910.4211 [hep-ex]
- [38] OPERA Collaboration, arXiv:1003.1907 [hep-ex]
- [39] LBNE Collaboration, arXiv:1307.7335 [hep-ex].
- [40] C. Bemporad *et al.* *Rev. Mod. Phys.* **74**, 297 (2002) 365.
- [41] K. Eguchi *et al.* *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 021802.
- [42] C. Mariani Review of Reactor Neutrino Oscillation Experiments arXiv:1201.6665v2 [hep-ex]
- [43] C. Xu *et al.*, *Chin. J. Nucl. Sci. and Eng.* **23**, 26 (2003).
- [44] EPRI Tech Report 1003040: Application of Orifice Plates for Measurement of Feed-water Flow: EdF Plant Experience
- [45] C. Xu et al., *Chinese Journal of Nuclear Science and Engineering* **25**, p271 (2005).
- [46] S. Rauck, SCIENCE V2 nuclear code package - qualification report (Rev A), Fram-atome ANP Document NFPSD/DC/89, 14 (2004).
- [47] W. G. K. Schreckenbach, G. Colvin and F. von Feilitzsch, *Phys. Lett. B* **160**, 325 (1985).
- [48] A. F. von Feilitzsch and K. Schreckenbach, *Phys. Lett. B* **118**, 162 (1982)
- [49] A. A. Hahn et al., *Phys. Lett. B* **218**, 365 (1989).
- [50] Kopeikin et al., *Physics of Atomic Nuclei*, Vol. 67, No. 10, 1892
- [51] Xubo Ma et al., *Phys. Rev. C* **88**, 014605 (2013)

参考文献

- [52] A. Sirlin, Phys. Rev. 164, 1767 (1967).
- [53] P. Vogel, Phys. Rev. D29, 1918 (1984).
- [54] D. Wilkinson, Nucl. Phys. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A 290, 509 (1990).
- [55] C. Bemporad et al., Rev. Mod. Phys. 74, 297 - 328 (2002)
- [56] W. Mampe et al., Nucl. Instrum. Meth. 154, 127 (1978).
- [57] M. Apollonio et al., Eur. Phys. J. C 27, 331 - 374 (2003).
- [58] P. Vogel, G. K. Schenter, F. M. Mann, and R. E. Schenter, Phys. Rev. C24, 1543 (1981).
- [59] T. Mueller et al., Phys. Rev. C83, 054615 (2011).
- [60] P. Huber, Phys. Rev. C84, 024617 (2011).
- [61] F.P. An et al., 准备发表.
- [62] Phys. Rev. D 83, 073006 (2011).
- [63] F.P. An et al., Chinese Phys. C33, 711 (2009).
- [64] V. I. Kopeikin et al., Physics of Atomic Nuclei, 2006, Vol. 69, No. 2, pp. 185 - 188.
- [65] Xubo MA et al., arXiv:1405.6807v2
- [66] Y. Declais et al., Physics Letters B 338 (1994) 383-389
- [67] D. A. Dwyer, T. J. Langford, Phys. Rev. Lett. 114, 012502 (2015)
- [68] A. C. Hayes, et al., Phys.Rev.Lett. 112, 202501 (2014).
- [69] G. D'Agostini Nucl.Instrum.Meth. A362 (1995) 487-498
- [70] Hocker and Kartvelishvili Nucl.Instrum.Meth.A372:469-481,1996
- [71] Tim Adye, Kerstin Tackmann et al., <http://hepunix.rl.ac.uk/adye/software/unfold/RooUnfold.html>

- [72] V. Kartvelishvili PHYSTAT 2011 workshop on unfolding and deconvolution, CERN (January 2011)
<http://indico.cern.ch/event/107747/session/1/contribution/65/material/paper/0.pdf>

参考文献

发表文章目录

1. **Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay**
F. P. An *et al.* [Daya Bay Collaboration]
Phys. Rev. Lett. 108, 171803 (2012)
2. **A side-by-side comparison of Daya Bay antineutrino detectors**
F. P. An *et al.* [Daya Bay Collaboration]
Nucl. Instr. and Meth, Volume 685, 1 September 2012, Pages 78 - 97
3. **Improved Measurement of Electron Antineutrino Disappearance at Daya Bay**
F. P. An *et al.* [Daya Bay Collaboration]
Chin.Phys. C37 (2013) 011001.
4. **Spectral measurement of electron antineutrino oscillation amplitude and frequency at Daya Bay**
F. P. An *et al.* [Daya Bay Collaboration]
Phys. Rev. Lett. 112, 061801 (2014)
5. **Search for a Light Sterile Neutrino at Daya Bay**
F. P. An *et al.* [Daya Bay Collaboration]
Phys. Rev. Lett. 113, 141802 (2014)
6. **Independent Measurement of Theta13 via Neutron Capture on Hydrogen at Daya Bay**

发表文章目录

F. P. An *et al.* [Daya Bay Collaboration]

Phys. Rev. D 90, 071101 (2014)

7. The muon system of the Daya Bay Reactor antineutrino experiment

F. P. An *et al.* [Daya Bay Collaboration]

NIM-A 773 (2015) 8-20

致谢

在这论文完成之际，我在中国科学院和高能物理研究所已经求学五年了。对于20多岁的我来说，这五年间成长很多，收获很多。在此，我要感谢很多人。

首先要感谢的人是我的导师，曹俊研究员。曹老师是我非常敬佩的人。从日常的交流讨论以及他写的文章中，我发现他不仅十分聪明，而且思维缜密，治学态度严谨；他是用生命专注于科研的那种人。我还记得刚入所时，曹老师时常会在凌晨两点回复我的邮件。在组会上他专注地听一个又一个成品或半成品或不成品的报告，并敏锐地提出问题或给出评论。在会上曹老师没有多余的话，只针对问题本身，说该说的话。总之，曹老师就是我们小时候向往的那种典型的科学家。能成为一个自己心目中典型的科学家的弟子，向他学习，与他碰撞，是很幸运的事。

其次要感谢的人是大亚湾合作组反应堆组组长，钟玮丽副研究员。在我进行反应堆能谱研究的这两三年中，钟师姐是和我在工作上联系最密切的一个人。从我刚开始介入反应堆相关工作时，钟师姐就很耐心地给我安排工作，讲解问题；在这两三年中，一直在关心我的科研进展，一直在不知疲倦地和我讨论。对我做的每一项研究，做的几乎每一个重要的报告，钟师姐都会在百忙之中抽出时间与我讨论或仔细阅读并提出很多宝贵建议。在我的博士论文中，钟师姐也提了很多宝贵建议。可以说，我在高能物理所这几年的经历和成长都离不开钟师姐。有时候我不是很省心的学生，钟师姐一直以来的悉心指导，以及对我很多不成熟做法的包容，我都永远记在心里，这也激励我在未来要做得更好。作为一名科学家，钟师姐严谨的科研态度是我学习的榜样。作为一名女性科学家，钟师姐的沟通交流能力和感受力让我很敬佩。还要感谢钟师姐的丈夫，Logan博士。虽然和Logan 交流不多，不过感觉是个很nice 的人。我知道Logan 有时会和钟师姐一起探讨我研究的问题，给我写的报告提供建议。祝你们幸福。

致谢

再次要感谢的人是高能物理所大亚湾组的诸多老师和同学。王贻芳所长是大亚湾合作组的发起人，正是他们这些开创者使得中国的中微子物理从无到有，从落后到世界领先，在此我向他表示敬意。组里的师兄师姐们在我们成长的过程中一直帮助我们，使我们从菜鸟变成合格的科研工作者。在我入所这几年中，占亮师兄，温良剑师兄，何苗师兄，曹国富师兄，邹佳衡师兄，李玉峰师兄，郭万磊师兄，徐吉磊师兄，余泽源师兄，王玲玉师姐，李晓波师姐，安丰鹏师兄等人，都给了我很多帮助。组里的同学们不光在科研和学习中是我的伙伴，在生活中我们也是好朋友，在此也要一并感谢，他们是：章飞虹师兄、刘颖彪师兄、夏冬梅师姐、赵洁、李登杰、丁雪峰、阳马生、程雅萍、胡为、朱海文、岑吴荣、钟真、段斯涵……还有山大、交大、清华等其他国内合作高校的小伙伴们。还要感谢高能所的其他老师和同学们。比如我们2010级的同学们，足球队的老师同学们。

然后还要感谢大亚湾国际合作组的同仁们。作为这样一个国际一流的合作组成员，和一流的科学家们共事让我学到了很多。在我的中微子能谱研究过程中，很多人提了很多宝贵的问题和建议，是他们的意见和建议鞭策我在研究之路上不断前进。他们有：王喆、Patrick、Dan、王为、Xin、Huber、Kambiul、Pedro……等。尤其要感谢的是和我一同研究能谱反解的魏瀚宇和Patrick，以及研究Generic spectrum的安丰鹏。

下面，我要感谢我大学时科研的导师，武汉大学的郭立平教授。郭老师提供了机会，让我们在大学期间就可以参与到科研中并体会到其乐趣。调研、做实验、发表论文，整个过程中收获很多。更重要的是，郭老师给了我信心。另一个要感谢的老师是中科院武汉物理与数学研究所的蔡庆宇老师。他是我的本科毕业论文指导老师。我因为兴趣而跟着他研究了量子纠缠相关课题。在那次研究中，加深了我对一直感兴趣的量子纠缠现象的理解。

然后要感谢这些年出现在我生活中，触进我成长的人们。感谢这些年我接触过的各个领域的老师，比如在武大时认识的张老师，后来认识的丁老师等人，你们是我人生的启蒙者。感谢这些年我认识的朋友们，你们是我人生的宝贵财富。感谢我之前的女朋友们，你们每个人都触成了我的成长，成就了现在的我。

最后要感谢的是我的家人、亲友。尤其是我的父母。这些年我越来越庆幸的一件事就是：我的父母在我成长的过程中给了我极大的尊重和自由。我从小时候就可以自主选择要上什么学校，要学文科还是理科，要报什么大学什么专业，要读研还是工作，甚

至……从很小父母就没有再打骂过我，家里有重要的事都会和我商量，征求我的意见。虽然我在学校中受过些折磨，不过幸好我有我的父母，否则我小时候这种特征的人，可能成为学校甚至社会的淘汰品，这些外人可能不会懂的。父母之恩无以为报，我会在我能力范围内让他们安享晚年。